

Wstępne badania wpływu gęstości na wytrzymałość na zginanie rdzenia płyt gipsowo-kartonowych

Preliminary studies on the effect of core density on plasterboard core strength

Jakub Gajski¹, Katarzyna Foltyńska¹, Agnieszka Bogobowicz¹, Marcin Wieteska¹, Ryszard Lech²

¹Knauf Bełchatów Sp. z o.o.

²AGH University of Science and Technology, Av. A. Mickiewicza 30, PL 30-059 Krakow, Poland

*corresponding author: J. Gajski, e-mail: gajski.jakub@knauf.pl

Streszczenie

W artykule omówiono wpływ zmian gęstości rdzenia gipsowego płyty kartonowo-gipsowej na wytrzymałość mechaniczną rdzenia przy użyciu ANOVA oraz regresji liniowej. Badaniom poddano próbki rdzenia gipsowego, formowane ręcznie, oraz próbki formowane w sposób ciągły w linii produkcyjnej. Przeprowadzona analiza wyników pomiarów wskazuje, że istotne statystycznie zmiany gęstości rdzenia gipsowego nie zawsze pociągają za sobą istotne statystycznie zmiany wytrzymałości rdzenia na zginanie. Stwierdza się także istnienie silnej, liniowej korelacji między wytrzymałością rdzenia płyty gipsowo-kartonowej na zginanie a gęstością rdzenia.

Słowa kluczowe: płyta gipsowo-kartonowa, gęstość, wytrzymałość na zginanie, modelowanie procesów technologicznych

Summary

The paper discusses the statistical analysis of the effect of changes in plasterboard core density on the mechanical strength of the core. ANOVA and linear regression were used for the analysis of the results obtained. Gypsum core samples, fabricated manually in molds, and formed continuously on the production line were analysed. The analysis shows that statistically significant changes in the gypsum core density do not always entail statistically significant changes in core strength. There is also a statistically significant, moderate correlation between core strength and core density.

Keywords: plasterboard, density, flexural strength, modeling of technological processes

1. Wprowadzenie

Zmniejszenie gęstości materiału budowlanego na ogół wiąże się ze spadkiem jego parametrów mechanicznych. Analiza testu produkcyjnego, którego celem była analiza wpływu gęstości rdzenia gipsowego na jego wytrzymałość na zginanie jest przedmiotem niniejszej pracy. Wytrzymałość rdzenia nie jest jedynym czynnikiem decydującym o parametrach mechanicznych płyty kartonowo-gipsowej, gdyż istotny udział w budowaniu jej wytrzymałości ma karton. Jakość rdzenia mierzona wartością wytrzymałości na zginanie ma jednak zasadnicze znaczenie dla właściwości roboczych płyty.

1. Introduction

A reduction in the density of a building material is generally associated with a deterioration of its mechanical parameters. The analysis of the production test carried out in the plasterboard factory Knauf Bełchatów Sp. z o.o., the purpose of which was to analyse the effect of gypsum core density on core strength is the subject of this paper. The strength of the core is not the only factor affecting the mechanical parameters of the plasterboard, as paper is an important part of building its strength. However, the quality of the core, measured as the bending strength, is very important for the working parameters of the board.

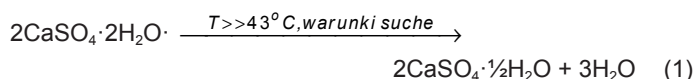
2. Przemiany fizykochemiczne zachodzące podczas produkcji płyty gipsowo-kartonowej z gipsu z odsiarczania spalin

Podstawowym surowcem do produkcji płyty kartonowo-gipsowej jest dwuwodny siarczan wapnia zwany potocznie gipsem. Gips rozpuszcza się w wodzie w ilości około 2,4 g l⁻¹ i jest rzadko stosowany jako materiał wiążący (1). W ciągu technologicznego procesu produkcji płyty gipsowo-kartonowej gips poddawany jest następującym operacjom:

- osuszeniu, w celu usunięcia wody wolnej,
- mieleniu, w celu zwiększenia powierzchni właściwej,
- kalcynacji, w celu otrzymania półwodnego siarczanu wapnia,
- klasyfikacji, w celu usunięcia frakcji pylistych.

Linia produkcyjna płyty kartonowo-gipsowej jest schematycznie pokazana na rysunku 1 wraz z oznaczonymi miejscami poboru próbek do badań.

Produktem kalcynacji jest β półwodny siarczan wapnia o rozpuszczalności w wodzie w ilości około 8 g/l. Różnica w rozpuszczalności między formą półwodną a dwuwodną siarczanu wapnia stanowi o przydatności siarczanu półwodnego jako spoiwa. Poniżej zaprezentowano reakcje odwodnienia i rehydratacji CaSO₄. Reakcję odwodnienia gipsu zapisuje się w postaci:



gdzie podana temperatura jest temperaturą graniczną dla zajścia tej reakcji.

Z kolei równanie reakcji rehydratacji półwodnego siarczanu wapnia ma postać:



Reakcja rehydratacji zachodzi w fazie roztworu. Rozpuszczający się w wodzie półwodny siarczan wapnia doprowadza do przesylenia roztworu względem gipsu, a następnie nukleacji gipsu i jego krystalizacji (2). Krzywa kalometryczna obrazująca schematycznie proces rehydratacji CaSO₄·½H₂O zaprezentowana jest na rysunku 2. Mierzony strumień ciepła związany z zachodzącą krystalizacją gipsu pochodzi ze zmiany entalpii swobodnej układu.

W produkcji płyt gipsowo – kartonowych ochłodzony siarczan półwodny wraz z dodatkami wodą i powietrzem miesza się w szybkoobrotowym mieszalniku o pracy ciągłej. Powietrze do mieszalnika podaje się w celu ustalenia właściwej gęstości rdzenia gipsowego. Płyty trafiają do suszarni po wstępnym związaniu rdzenia, gdzie odparowywana jest nadstechiometryczna woda. Na finalną wytrzymałość rdzenia gipsowego mają wpływ jego napowietrzenie i ilość wody nadstechiometrycznej, skutkujące zmianą jego gęstości.

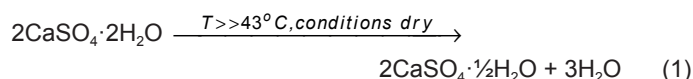
2. Physicochemical transformations occurring during the production of plasterboards with gypsum from flue gas desulphurisation

The basic raw material in the production of plasterboard is calcium sulphate dihydrate, commonly called gypsum. Gypsum is dissolving in water at a level of approximately 2.4 g/l and is not used as a binding material (1). During the technological process of plasterboard production, it undergoes the following operations:

- drying to remove the free water,
- grinding, to increase the specific surface area,
- calcination, to obtain calcium sulphate hemihydrate,
- classification, to remove fines.

The plasterboard production line is schematically presented in Figure 1, together with denoted sample collection points for testing.

The calcination product is β calcium sulphate hemihydrate with water solubility value of approx. 8 g/l. The difference in solubility between the hemihydrate and dihydrate forms determines the usefulness of hemihydrate as a binder. The reactions of dehydration and rehydration of CaSO₄ are presented below:



Reaction 1 is gypsum dehydration. The temperature specified is the limit temperature for this reaction to occur.



Reaction 2 is CaSO₄ rehydration.

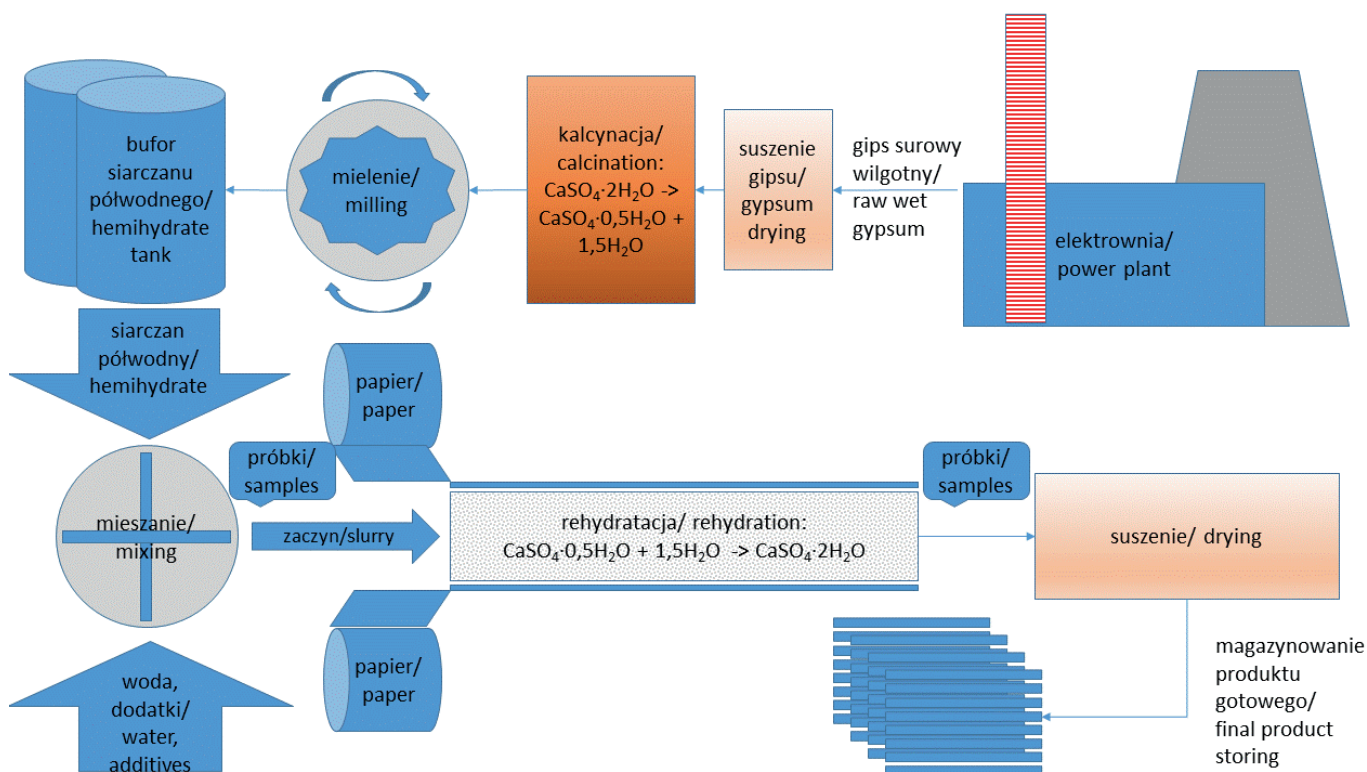
The rehydration reaction takes place in the solution phase. Sulphate hemihydrate, dissolving in water, leads to the supersaturation of the solution in relation to gypsum, followed by nucleation of gypsum and its crystallisation (2). The calorimetric curve schematically depicting the rehydration process of CaSO₄ is presented in Fig. 2.

Under production conditions, cooled sulphate hemihydrate is mixed in a high-speed continuous mixer with chemical additives, water and air. The air for the mixer is supplied to produce a gypsum core of the correct density. After initial binding of the core, the boards go to the dryer, where overstoichiometric water is evaporated. The final strength of the gypsum core is affected by its aeration and the amount of overstoichiometric water, is affecting its density.

2. Materials

For the experimental production, continuously calcined gypsum from flue gas desulphurization from the lignite combustion in the Bełchatów Power Plant and paper used as facer and backer for the gypsum core were used.

Physicochemical characteristics of the raw gypsum used: moisture content - 8.38 %, calcium sulphate dihydrate content in dried - 95.70 %, impurities content in dried raw material – 4.30 %. Setting



Rys. 1. Uproszczony schemat linii produkcji płyty kartonowo gipsowej wraz z zaznaczonymi miejscami poboru próbek.

Fig. 1. Simplified scheme of a plasterboard production line that shows of the sampling points.

2. Materiały

Do testu produkcyjnego wykorzystano gips z odsiarczenia spalin ze spalania węgla brunatnego, który kalcynowano w sposób ciągły oraz karton stanowiący powłoczenie rdzenia gipsowego. Użyty gips surowy miał następujące właściwości: wilgotność 8,38 % mas., zawartość dwuwodnego siarczanu wapnia w wysuszonym surowcu 95,70 % mas., zawartość zanieczyszczeń w wysuszonym surowcu 4,30 % mas.

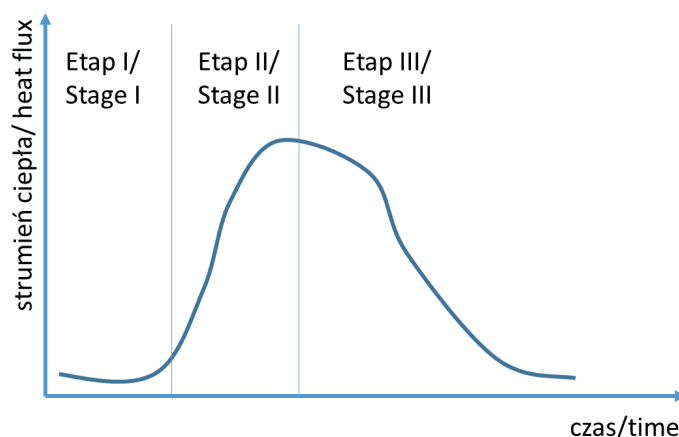
Z kolei czasy wiązania gipsu kalcynowanego oznaczanego metodą noża były następujące: początek wiązania - 4 min 10 s, koniec wiązania - 9 min 50 s. Koniec czasu wiązania oznaczono na podstawie obserwacji czasu, po którym placek gipsowy nie zostawiał wody na palcu przy nacisku około 50 N.

W produkcji próbnej zastosowano modyfikatory chemiczne stosowane w standardowej produkcji płyty kartonowo-gipsowej w celu odwzorowania typowych warunków produkcyjnych.

3. Pobór prób

Produkcję próbną przeprowadzono w następujących bezpośrednio po sobie 4 grupach pomiarowych o oznaczeniach:

- 0-p, 0-Rz: typowa produkcja o docelowej gęstości płyty wynoszącej około 560 kg m^{-3} ,
- 1-p, 1-Rz: strumień masy zaczynu zredukowany o 10% w stosunku do strumienia 0 grupy pomiarowej, strumień objętości zaczynu taki sam jak w początkowej grupie pomiarowej,



Rys. 2. Schematyczna krzywa kalorymetryczna reakcji rehydratacji półwodnego siarczanu wapnia $\text{CaSO}_4 \cdot \frac{1}{2}\text{H}_2\text{O}$: Etap I – powstanie zarodków kryształów gipsu, Etap II – wzrost kryształów gipsu, Etap III – spowalnianie krystalizacji gipsu, spadek nasycenia roztworu.

Fig. 2. Schematic calorimetry curve of rehydration of hemihydrate calcium sulphate $\text{CaSO}_4 \cdot \frac{1}{2}\text{H}_2\text{O}$: Stage I - nucleation of gypsum crystals, Stage II - growth of gypsum crystals, Stage III - slowing down the gypsum crystallisation, a decrease in saturation of the solution.

time of calcined gypsum was determined by knife cut method (3): set, initial - 4 min 10 s, end of setting - 9 min 50 s. The set, final time was determined on the basis of observation of the time after which the gypsum cake does not leave water on the finger at a force of approx. 50 N.

In order to reproduce standard production conditions, chemical modifiers used in standard plasterboard production were used in experimental production.

- 2-p, 2-Rz: strumień masy zaczynu zmniejszony o 20% w stosunku do strumienia 0, strumień objętości zaczynu taki sam jak w początkowej grupie pomiarowej,
- 3-p, 2-Rz: strumień masy zaczynu zmniejszony o 30% w stosunku do strumienia 0, strumień objętości zaczynu taki sam jak w początkowej grupie pomiarowej,

gdzie: liczba oznacza numer serii próbnej, ρ – gęstość, Rz - wytrzymałość rdzenia na zginanie.

Na strumień masy zaczynu składają się strumienie masy: gipsu, wody i dodatków chemicznych. A na strumień objętości zaczynu składają się strumienie objętości: gipsu, wody, dodatków chemicznych i powietrza zawartego w pianie. Celem zmniejszenia strumienia masy zaczynu było obniżenie gęstości rdzenia w płycie, co bezpośrednio określa parametry mechaniczne zarówno rdzenia jak i końcowego wyrobu.

Do badań zdecydowano się pobierać próbki na dwa sposoby. Pierwszy sposób polegał na pobieraniu zaczynu do półelastycznych form poliuretanowych o wymiarach 12x150x200 mm, zaraz za wylotem mieszalnika. Drugi sposób polegał na odbiorze częściowo związanej płyty kartonowo-gipsowej przed wejściem do suszarni, co umożliwiło łatwe wycięcie próbek o wymiarach 150x200 mm i zdjęcie kartonu z rdzenia gipsowego. Dwa sposoby poboru próbek wynikają z różnicy w sposobie formowania rdzenia. W sposobie pierwszym, odwzorowującym warunki laboratoryjne przygotowania próbek rdzenia, kształt rdzeniowi nadaje forma oraz zdjęcie nadmiaru zaczynu pacą stalową. W sposobie drugim, odpowiadającym warunkom rzeczywistej produkcji, kształt rdzeniowi nadaje przejście przez ekstruder, gdzie następuje również sprężenie powietrza w porach zaczynu, a więc na twardniejącej rdzeń działają inne siły niż w sposobie pierwszym.

Stwardniałe próbki z form i próbki wycięte z płyty przeniesiono do suszarki laboratoryjnej o temperaturze 40°C, w której pozostały do momentu osiągnięcia stałej masy.

4. Metody

Długość, szerokość i grubość próbek mierzono suwmiarką z dokładnością do $\pm 0,01$ mm. Grubość mierzono w 4 punktach, w tym w 2 punktach w przekroju zginania. Następnie zważono je na wadze laboratoryjnej Radwag PS 6100.R2.M z dokładnością do $\pm 0,01$ g. Następnie próbki poddano zginaniu trójpunktowemu na maszynie wytrzymałościowej Zwick/Roell Z010 ze stałą szybkością naprężania wynoszącą 100 N min⁻¹. Próbki użyte w badaniach nie były zarysowane i nie były nieregularnych kształtów.

Wyniki wymiarowania i ważenia użyto do obliczenia gęstości pozornej rdzenia. Obliczone gęstości pozorne oraz wytrzymałości na zginanie poddano analizie statystycznej ANOVA pod kątem stwierdzenia statystycznej istotności zmian parametrów w kolejnych grupach produkcji próbnej. Próbki pobierano jedynie w okresach stabilnych parametrów produkcji, czyli po około 2 minutach od chwili zadania żądanych parametrów produkcyjnych.

3. Sampling

The experimental production was carried out in 4 measurement groups, directly after each other. Test production groups:

- 0-p, 0-Rz: standard production - target board density approx. 560 kg/m³
- 1-p, 1-Rz: mass flux of paste reduced by 10% in relation to mass flux of initial measurement group, volume flux of paste identical as in the initial measurement group;
- 2-p, 2-Rz: mass flux of paste reduced by 20% in relation to mass flux of initial measurement group, volume flux of paste, identical as in the initial measurement group;
- 3-p, 2-Rz: mass flux of paste reduced by 30% in relation to mass flux of initial measurement group, volume flux of paste identical as in the initial measurement group;

where: the number means the number of the experimental group, ρ – density, Rz – flexural strength.

The mass flux of the paste consists of gypsum, water and chemical additives. The volume flux of the paste: gypsum, water, chemical additives, and air contained in the foam. The goal of reducing the mass stream was to reduce the core density in the board, which directly translates into the mechanical parameters of both the core and the final product.

A decision was made to collect samples according to two different methods. The first procedure consisted in sampling the paste to semi-elastic polyurethane molds 12x150x200 mm, just behind the outlet of the mixer. The second method was to collect the partially set plasterboard before the dryer, which enabled the easy cutting of 150x200 mm samples and removing the paper from the gypsum core. The two methods of sample collection are due to the difference in the core formation method. In the first method, which reproduces the laboratory conditions for the preparation of core samples, the core is shaped by a mold, the excess is removed by a steel float. In the second method, corresponding to the conditions of actual production, the core is shaped by the extruder, where air is also compressed in the pores of the paste, so that the hardening core is subject to different forces than in the first method.

The hardened samples from the molds and cut out from the board were transferred to a laboratory dryer set at 40°C, where they remained until they reached constant mass.

4. Methods

A calliper was used to measure the length, width and thickness of the samples with the accuracy of 0.01 mm. Thickness was measured at 4 points, including 2 points in the bend section. The samples were then weighed on Radwag PS 6100.R2.M laboratory scale with the accuracy of 0.01 g. Next, the samples were subjected to three-point bending on a Zwick/Roell Z010 testing machine with a constant strain rate of 100 N/min. Samples taken into examination were not scratched nor irregularly sized.

W poszczególnych grupach pomiarowych otrzymano następujące liczby próbek: 41 rdzeni z form poliuretanowych oraz 38 rdzeni po zdjęciu kartonu.

5. Wyniki i dyskusja

W tabelicy 1 zamieszczono wyniki pomiarów i obliczeń gęstości pobranych próbek oraz ich wytrzymałości na zginanie.

5.1. Analiza wariancji dla gęstości i wytrzymałości na zginanie rdzeni z form poliuretanowych

W celu przeprowadzenia jednoczynnikowej analizy wariancji [ANOVA] (4) za pomocą narzędzia Analiza Danych programu Excel (5) założono losowość pobranych prób i normalność rozkładu wyników badań, przyjęto poziom istotności $\alpha=0,05$.

Badano następującą alternatywę hipotez:

H_0 : nie ma różnic między prawdziwymi średnimi gęstościami grup pomiarów [$\mu_0 = \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$] wobec hipotezy alternatywnej

H_1 : przynajmniej dwie μ_i różnią się.

W tabelicy 2 przedstawiono podsumowanie wyników obliczeń potrzebnych do przeprowadzenia ANOVA dla gęstości rdzeni z form poliuretanowych, a w tabelicy 3 wyniki obliczeń ANOVA koniecznych do podjęcia decyzji o przyjęciu jednej z badanych hipotez. Z tabelicy 3 widać, że wartość obliczona statystyki $F \gg F_{kryt}$. Oznacza to brak podstaw do przyjęcia hipotezy zerowej H_0 . Przyjmuje się hipotezę alternatywną H_1 . Zarazem wartość-p informuje, że prawdopodobieństwo popełnienia błędu I rodzaju jest bardzo małe $\leq 7,51 \cdot 10^{-26}$.

Tabela 1 / Table 1

WYNIKI POMIARÓW I OBLICZEŃ GĘSTOŚCI I WYTRZYMAŁOŚCI NA ZGINANIE PRÓBEK RDZENI

MEASUREMENT AND CALCULATION RESULTS OF DENSITY AND FLEXURAL STRENGTH OF THE SAMPLE CORES

No.	Rdzenie z form/Cores from molds								Rdzenie po zdjęciu papieru/Cores after paper removal							
	Grupa/Group 0		Grupa/Group 1		Grupa/Group 2		Grupa/Group 3		Grupa/Group 0		Grupa/Group 1		Grupa/Group 2		Grupa/Group 3	
	ρ , kg m ⁻³	R_z MPa	ρ , kg m ⁻³	R_z MPa	ρ , kg m ⁻³	R_z MPa	ρ , kg m ⁻³	R_z MPa	ρ , kg m ⁻³	R_z MPa	ρ , kg m ⁻³	R_z MPa	ρ , kg m ⁻³	R_z MPa	ρ , kg m ⁻³	R_z MPa
1	519.87	1.01	489.09	0.95	452.95	0.73	420.30	0.57	549.70	1.32	508.20	1.10	473.49	1.06	425.61	0.60
2	528.26	0.91	495.82	0.88	459.73	0.78	420.93	0.78	551.20	1.10	507.05	1.22	474.36	1.03	460.04	0.75
3	543.32	1.03	497.46	0.84	462.33	0.72	431.51	0.65	548.56	1.53	507.64	1.03	478.31	0.65	456.52	0.76
4	543.36	1.08	504.66	0.86	463.47	0.71	437.04	0.63	559.43	1.54	506.02	0.98	474.71	1.00	453.20	0.82
5	544.53	0.98	505.62	0.95	463.69	0.90	437.80	0.88	555.58	1.80	518.99	1.21	473.52	0.94	458.90	0.72
6	544.60	0.89	506.67	0.85	463.89	0.88	440.94	0.55	552.07	1.59	506.20	1.07	478.71	0.69	449.25	0.74
7	545.50	1.09	506.82	0.87	466.75	0.74	446.21	0.75	560.91	1.07			472.37	0.80	436.30	0.89
8	545.74	1.14	510.08	0.80	466.78	0.75			550.52	1.46			475.19	1.02	459.72	0.53
9	546.16	1.00	511.69	0.96	469.06	0.76			555.83	1.37			469.67	1.08	434.16	0.58
10	549.34	0.91	517.82	0.95	469.36	0.70			552.49	1.59			475.68	1.00	440.45	0.91
11	553.12	1.01	519.85	1.15	472.42	0.89			557.30	1.61					459.79	0.82
12	553.95	0.99														

Results of dimension measurements and weighing were used to calculate apparent density. The calculated densities and tested strengths were subject to ANOVA statistical analysis for statistical significance of changes in parameters in subsequent test production groups. Samples were collected only from periods of stable production parameters, i.e. about 2 minutes after setting required production parameters. The following quantities of samples were obtained: 41 cores from polyurethane molds and 38 cores after paper removal.

5. Results and discussion

Table 1 shows the results of measurements and calculations of the density of the samples and their flexural strength.

5.1. Analysis of variance for cores removed from polyurethane molds

One-way ANOVA (4) analysis was carried out using the Excel Data Analysis tool (5). Table 2 presents a summary of ANOVA and the analysis for the density of cores from polyurethane molds. In the calculations, the significance level of $\alpha = 0.05$ was adopted.

In ANOVA, the randomness of the samples taken and population normality were assumed. The alternative hypotheses tested are as follows:

H_0 : no difference between the groups [$\mu_0 = \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$],

H_1 : statistically significant differences between the groups [at least two populations are different].

Table 2 summarizes the results of the calculations needed to perform ANOVA for the density of polyurethane cores, and Table

Tablica 2 / Table 2

PODSUMOWANIE WYNIKÓW OBLICZEŃ W ANOVA DLA CZYNNIKA: GĘSTOŚĆ

SUMMARY OF THE CALCULATION RESULTS IN ANOVA FOR DENSITY

Grupy / Groups	Licznik / Count	Suma / Sum	Średnia / Average	Wariancja / Variance
0 - ρ	12	6517.8	543.15	94.85
1 - ρ	11	5565.6	505.96	84.61
2 - ρ	11	5110.4	464.59	28.03
3 - ρ	7	3034.7	433.53	97.35

Dla sprawdzenia występowania różnic między prawdziwymi średnimi gęstościami każdej z grup przeprowadzono sprawdzenie a posteriori Gamesa-Howella (6), którego wyniki przedstawiono w tablicy 4 i tablicy 5. Wybór metody podyktowany był różną liczebnością grup oraz heterogenicznością wariancji w porównywanych grupach. Sprawdzana alternatywa hipotez jest następująca:

H_0 : nie ma różnic prawdziwych średnich gęstości między grupami [$\mu_i = \mu_j$],

H_1 : przynajmniej dwie μ_i różnią się.

Różnica prawdziwych średnich gęstości w grupach jest statystycznie istotna jeśli zachodzi nierówność:

$$|\bar{x}_i - \bar{x}_j| > q'_{kryt} \cdot SE \quad [3]$$

gdzie $\bar{x}_i - \bar{x}_j$ jest różnicą między średnimi w grupach, q'_{kryt} wartością krytyczną rozstępu studentyzowanego ze skorygowaną liczbą stopni swobody df' (6) obliczaną przy przyjętym, standardowym poziomie istotności $\alpha = 0,05$, SE błędem standardowym obliczanym ze wzoru:

$$SE = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{s_i^2}{n_i} + \frac{s_j^2}{n_j} \right)}$$

gdzie s_i, s_j są odchyleniami standardowymi w porównywanych grupach, n_i, n_j liczebnościami porównywanych grup. Skorygowana liczba stopni swobody df' jest obliczana z zastosowaniem korekcji Welcha według wzoru:

$$df' = \frac{\left(\frac{s_i^2}{n_i} + \frac{s_j^2}{n_j} \right)}{\left(\frac{s_i^2}{n_i} \right)^2 \frac{1}{n_i - 1} + \left(\frac{s_j^2}{n_j} \right)^2 \frac{1}{n_j - 1}}$$

Wyniki obliczeń potrzebnych do stwierdzenia statystycznej istotności różnic między prawdziwymi średnimi gęstościami w grupach są zawarte w tablicy 4, w której pokazano wartości różnic znajdujących się po lewej stronie wyżej zapisanej nierówności (1), oraz w tablicy 5, w której pokazane są wyniki obliczeń prawej strony wspomnianej nierówności.

Porównując wartości zawarte w tablicach 4 i 5 stwierdza się, że w każdym przypadku spełniona jest nierówność (1). Oznacza

3 shows the results of the ANOVA calculations necessary to make a decision about adopting one of the tested hypotheses. The calculated value of F statistics is greater than the critical value. This means that there is no basis to adopt the zero hypothesis [H_0]. The H_1 alternative hypothesis is assumed to be true. At the same time, the p-value indicates that the probability of making a type I error is less or equal to 7.51×10^{-26} . In order

to check the existence of statistical differences between each group separately, a posteriori Games-Howell test (6) was carried out [Table 4 and Table 5]. The selection of the test was dictated by the different sizes of measurement groups and the inequality of variance in the compared groups. The alternative hypotheses tested are as follows:

H_0 : no statistically significant differences between the groups [$\mu_i = \mu_j$],

H_1 : statistically significant differences between at least two groups.

Tablica 4 / Table 4

RÓŻNICE MIĘDZY ŚREDNIMI GĘSTOŚCIAMI W GRUPACH

DIFFERENCES BETWEEN OF THE AVERAGE GROUP DENSITIES

	0 - ρ	1 - ρ	2 - ρ	3 - ρ
0 - ρ	0.00	37.19	78.56	109.62
1 - ρ		0.00	41.38	72.43
2 - ρ			0.00	31.05
3 - ρ				0.00

Tablica 5 / Table 5

KRYTYCZNE WARTOŚCI RÓŻNIC MIĘDZY ŚREDNIMI GĘSTOŚCIAMI W GRUPACH

CRITICAL VALUES OF THE DIFFERENCES BETWEEN OF THE AVERAGE GROUP DENSITIES

	0 - ρ	1 - ρ	2 - ρ	3 - ρ
0 - ρ	—	11.011	9.193	13.712
1 - ρ		—	9.158	13.803
2 - ρ			—	12.997
3 - ρ				—

The test statistics are as follows:

$$|\bar{x}_i - \bar{x}_j| > q'_{crit} \cdot SE \quad [3]$$

where: left segment – difference of mean values between groups; q'_{crit} – a critical value of the studentized range with the corrected number of degrees of freedom (6); SE – standard error calculated from the formula following:

Tablica 6 / Table 6

PODSUMOWANIE WYNIKÓW OBLICZEŃ W ANOVA DLA CZYNNIKA: WYTRZYMAŁOŚĆ NA ZGINANIE

SUMMARY OF THE CALCULATION RESULTS IN ANOVA FOR FLEXURAL STRENGTH

Grupy Groups	Licznik Count	Suma Sum	Średnia Average	Wariancja Variance
0 - Rz	12	12.06	1.005	0.006
1 - Rz	11	10.05	0.914	0.009
2 - Rz	11	8.56	0.778	0.005
3 - Rz	7	4.81	0.687	0.015

Tablica 7 / Table 7

TABLICA ANOVA DLA WYTRZYMAŁOŚCI NA ZGINANIE

ANOVA TABLE FOR FLEXURAL STRENGTH

Źródło zmienności Source of Variation	SS	df	MS	F	Wartość-p P - value	F _{kryt} F _{crit}
Grupy Groups	0.568	3	0.189	23.139	1.31E-08	2.859
W obrębie grupy [błąd] Error	0.303	37	0.008			
Całkowita [ogólna] Total	0.871	40				

to, że istotne statystycznie różnice prawdziwej gęstości rdzenia występują między każdą z analizowanych par grup.

Analogiczne postępowanie zastosowano w przypadku analizy wytrzymałości rdzenia na zginanie. W tablicach 6 i tablicy 7 przedstawiono podsumowanie wyników obliczeń do przeprowadzenia ANOVA oraz wynik tej analizy przy przyjętym poziomie istotności $\alpha = 0,05$. Alternatywa badanych hipotez jest analogiczna do wyżej przytoczonej alternatywy hipotez.

Z tablicy 7 widać, że wartość obliczona statystyki $F \gg F_{kryt}$. Oznacza to brak podstaw do przyjęcia hipotezy zerowej H_0 . Przyjmuje się hipotezę alternatywną H_1 . Zarazem wartość-p informuje, że prawdopodobieństwo popełnienia błędu I rodzaju jest $\leq 1,31 \cdot 10^{-8}$.

Dla sprawdzenia występowania statystycznie istotnych różnic prawdziwej średniej wartości wytrzymałości rdzenia na zginanie pomiędzy każdą z grup, podobnie jak wyżej, przeprowadzono sprawdzenie a posteriori Gamesa-Howella, którego wyniki zamieszczone są w tablicach 8 i 9. Sprawdzana alternatywa hipotez jest analogiczna do alternatywy zapisanej wcześniej dla gęstości rdzeni.

Stwierdza się, że rzeczywiste różnice między średnimi wartościami wytrzymałości na zginanie nie przekraczają wartości odpowiadających im wartości jedynie między grupami 0 - Rz i 1 - Rz oraz 2 - Rz i 3 - Rz. Oznacza to, że spadki wytrzymałości między tymi dwiema grupami nie są statystycznie istotne i dla tych par grup

$$SE = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{s_i^2}{n_i} + \frac{s_j^2}{n_j} \right)}$$

where: s_i, s_j – standard deviations of the compared groups; n_i, n_j – number of groups compared. Corrected number of degrees of freedom is calculated using Welch's correction as follows:

$$df' = \frac{\left(\frac{s_i^2}{n_i} + \frac{s_j^2}{n_j} \right)}{\frac{\left(\frac{s_i^2}{n_i} \right)^2}{n_i - 1} + \frac{\left(\frac{s_j^2}{n_j} \right)^2}{n_j - 1}}$$

It is concluded that the actual differences between the mean densities exceed the corresponding Games-Howell statistics. This means that statistically significant differences in core density occur between each group.

A similar procedure was adopted for the mechanical strength analysis. In table 6 is a summary of ANOVA and the analysis [Table 7] for the polyurethane mold core strength population. For all calculations, the significance level of $\alpha=0.05$ was adopted. The unit of mechanical flexural strength is MPa.

H_0 : no difference between the groups [$\mu_0 = \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$],

H_1 : statistically significant differences between the groups [at least two populations are different].

The calculated value of F statistics is greater than F test value. This means that there is no basis to adopt the zero hypothesis H_0 . It is concluded that the alternative hypothesis H_1 is true. At the same time, the p-value indicates that the probability of making a type I error is $\leq 1.31 \times 10^{-8}$.

In order to check the differences between each group separately, a posteriori Games-Howell test was carried out [Table 8 and Table 9]. The selection of the test was dictated by the different sizes of measurement groups and the inequality of variance in the compared groups. The alternative hypotheses examined are as follows:

H_0 : no statistically significant differences between the groups [$\mu_i = \mu_j$],

H_1 : statistically significant differences between the groups.

Tablica 8 / Table 8

RÓŻNICE MIĘDZY ŚREDNIMI GRUPOWYMI WYTRZYMAŁOŚCIAMI RDZENI NA ZGINANIE

DIFFERENCES BETWEEN THE FLEXURAL STRENGTH GROUP AVERAGES OF CORES

	0 - Rz	1 - Rz	2 - Rz	3 - Rz
0 - Rz	—	0.091*	0.227	0.319
1 - Rz		—	0.136	0.227
2 - Rz			—	0.091*
3 - Rz				—

można przyjąć hipotezę H_0 o braku różnic prawdziwych średnich wytrzymałości na zginanie. Ale przyjmując poziom istotności $\alpha = 0,1$ można odrzucić H_0 również dla tych par grup.

5.2. Analiza wariancji dla gęstości i wytrzymałości na zginanie rdzeni po zdjęciu kartonu

W tabelicy 10 podsumowano obliczenia konieczne do przeprowadzenia analogicznej jak w punkcie 5.3, jednoczynnikowej analizy ANOVA wraz z ujętymi w tabelicy 11 wynikami obliczeń statystyk niezbędnych do podjęcia decyzji o badanej alternatywie hipotez przy przyjętym poziomie istotności $\alpha = 0,05$. W tym rozdziale, ze względu na analogię badanych alternatyw hipotez z badanymi alternatywami hipotez, nie zapisuje się ich ponownie.

Obliczona wartość statystyki $F \gg F_{kryt}$. Dlatego przyjmuje się hipotezę alternatywną H_1 , co oznacza, że grupy pomiarów pochodzą z populacji o różnych gęstościach. Zarazem wartość-p informuje, że prawdopodobieństwo popełnienia błędu I rodzaju jest bardzo małe i wynosi $\leq 1,12 \times 10^{-26}$.

Dla sprawdzenia występowania istotnych statystycznie różnic pomiędzy każdą z grup, podobnie jak w p. 5.1, przeprowadzono sprawdzenie a posteriori Gamesa-Howella. Wyniki obliczeń konieczne do przeprowadzenia badania zawarte są w tabelicach 12 i 13.

Porównując wartości zawarte w tabelicy 12 z analogicznymi wartościami zamieszczonymi w tabelicy 13 widać, że w każdym przypadku spełniona jest nierówność (1). Oznacza to, że istotne statystycznie różnice prawdziwej gęstości rdzenia występują między każdą z analizowanych par grup.

Analogiczne postępowanie zastosowano do analizy wytrzymałości na zginanie rdzeni po zdjęciu kartonu. W tabelicy 14 podsumowano obliczenia konieczne do przeprowadzenia, analogicznej jak w p. 5.1, jednoczynnikowej analizy ANOVA wraz z ujętymi w tabelicy 15 wynikami obliczeń statystycznych, niezbędnych do podjęcia decyzji o badanej alternatywie hipotez przy przyjętym poziomie istotności $\alpha = 0,05$.

Wyniki obliczeń pokazane w tabelicy 15 wykazują, że $F > F_{kryt}$. Stąd przyjmuje się hipotezę alternatywną H_1 . Zarazem wartość-p wykazuje, że prawdopodobieństwo popełnienia błędu I rodzaju jest bardzo niewielkie i wynosi $\leq 7,45 \times 10^{-21}$.

Tablica 11 / Table 11

TABLICA ANOVA DLA GĘSTOŚCI
ANOVA TABLE FOR DENSITY

Źródło zmienności Source of Variation	SS	df	MS	F	Wartość-p P - value	F_{kryt} F_{crit}
Grupy Groups	67319.52	3	22439.84	405.89	1.12E-26	2.88
W obrębie grupy [błąd] Error	1879.72	34	55.29			
Całkowita [ogólna] Total	69199.25	37				

Tablica 9 / Table 9

KRYTYCZNE WARTOŚCI RÓŻNIC MIĘDZY ŚREDNIMI WYTRZYMAŁOŚCIAMI RDZENI NA ZGINANIE W GRUPACH

CRITICAL VALUES OF THE DIFFERENCES BETWEEN AVERAGE GROUP FLEXURAL STRENGTH IN THE GROUPS

	0 - Rz	1 - Rz	2 - Rz	3 - Rz
0 - Rz	—	0.103*	0.088	0.160
1 - Rz		—	0.103	0.163
2 - Rz			—	0.159*
3 - Rz				—

* assuming $\alpha = 0.1$, H_0 could be discarded for the pairs of series 0 - Rz and 1 - Rz.

Tablica 10 / Table 10

PODSUMOWANIE WYNIKÓW OBLICZEŃ W ANOVA DLA CZYNNIKA: GĘSTOŚĆ

SUMMARY OF THE CALCULATION RESULTS IN ANOVA FOR DENSITY

Grupy Groups	Licznik Count	Suma Sum	Średnia Average	Wariancja Variance
0 - ρ	11	6093.6	553.96	16.80
1 - ρ	6	3054.1	509.02	24.57
2 - ρ	10	4746.0	474.60	7.10
3 - ρ	11	4933.9	448.54	152.50

It is concluded that the actual differences between the mean strength values do not exceed the corresponding Games-Howell statistics only between groups 0 - Rz - 1 - Rz and 2 - Rz - 3 - Rz. This means that the strength decreases between these groups are not statistically significant and, for these pairs of series, the H_0 hypothesis of no differences between the groups can be assumed.

5.2. Variance analysis for cores after paper removal

In Table 10 there is a summary of ANOVA and in Table 11 one-way analysis of variance for the core density population after paper removal. For all calculations, the significance level of $\alpha = 0.05$ was adopted. The unit of density is kg/m^3 .

H_0 : no difference between the groups [$\mu_0 = \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$],

H_1 : statistically significant differences between the groups [at least two populations are different].

The calculated value of F statistics is greater than F test value.

This means that there is no basis to adopt the zero hypothesis H_0 . It is concluded that the alternative hypothesis H_1 is true. At the same time, the p-value indicates that the probability of making a type I error is $\leq 1.12 \times 10^{-26}$. In order to check the existence of statistical differences between each group separately, a posteriori Games-Howell verification was carried out [Tables 12 and 13]. The selection of the test was dictated by the different sizes of measurement groups and the inequality of variance in the compa-

Dla sprawdzenia występowania różnic gęstości rdzenia pomiędzy każdą z grup przeprowadzono podobnie jak poprzednio sprawdzenie a posteriori Gamesa-Howella. Obliczenia niezbędne do przeprowadzenia badania zawarte są w tablicach 16 i 17.

Stwierdza się, że z wyjątkiem grup 1 – Rz oraz 2 – Rz, w pozostałych przypadkach rzeczywiste różnice między grupowymi średnimi wartościami wytrzymałości rdzeni na zginanie po zdjęciu kartonu, przekraczają odpowiadające im wartości krytyczne tych różnic. Oznacza to, że w tych przypadkach różnice wytrzymałości na zginanie rdzeni po zdjęciu kartonu są statystycznie istotne. Prawdopodobnie podobny wniosek można postawić w przypadku grup 1 – Rz oraz 2 – Rz, gdyż różnica $0,007 = 0,183 - 0,176$ jest znikoma.

5.3. Analiza regresji

W obu badanych przypadkach wytwarzania próbek rdzeni płyty gipsowo – kartonowej przeprowadzono analizę regresji (7) wytrzymałości próbek na zginanie względem gęstości rdzenia za pomocą metody Analiza Danych programu Excel. Po wstępnych wynikach badań w analizie przyjęto postulat liniowej korelacji wytrzymałości na zginanie oznaczanej przez R_z względem gęstości rdzenia ρ . Analizę regresji postulowanego modelu liniowego przeprowadzono przy poziomie istotności $\alpha = 0,05$.

W tablicy 18 zamieszczono dane statystyczne opisujące analizowaną regresję w przypadku próbek z form, a w tablicy 19 zawarto analizę statystyczną parametrów postulowanego, liniowego modelu zależności wytrzymałości na zginanie od gęstości rdzenia.

Tablica 14 / Table 14

PODSUMOWANIE WYNIKÓW OBLICZEŃ W ANOVA DLA CZYNNIKA: GĘSTOŚĆ

SUMMARY OF THE CALCULATION RESULTS IN ANOVA FOR DENSITY

Grupy Groups	Licznik Count	Suma Sum	Średnia Average	Wariancja Variance
0 - Rz	11	16.0	1.453	0.050
1 - Rz	6	6.6	1.102	0.009
2 - Rz	10	9.3	0.925	0.024
3 - Rz	11	8.1	0.739	0.015

Tablica 15 / Table 15

TABLICA ANOVA DLA GĘSTOŚCI

ANOVA TABLE FOR DENSITY

Źródło zmienności Source of Variation	SS	df	MS	F	Wartość-p P - value	F_{kryt} F_{crit}
Grupy Groups	3.020	3	1.007	37.290	7.45E-11	2.883
W obrębie grupy [błąd] Error	0.918	34	0.027			
Całkowita [ogólna] Total	3.938	37				

red groups. The alternative hypotheses verified are as follows:

H_0 : no statistically significant differences between the groups [$\mu_1 = \mu_2$],

H_1 : statistically significant differences between the groups.

It is concluded that the actual differences between the mean

Tablica 12 / Table 12

RÓŻNICE MIĘDZY ŚREDNIMI GĘSTOŚCIAMI W GRUPACH

DIFFERENCES BETWEEN OF THE AVERAGE GROUP DENSITIES

	0 - ρ	1 - ρ	2 - ρ	3 - ρ
0 - ρ	—	44.944	79.362	105.423
1 - ρ		—	34.418	60.480
2 - ρ			—	26.061
3 - ρ				—

Tablica 13 / Table 13

KRYTYCZNE WARTOŚCI RÓŻNIC MIĘDZY ŚREDNIMI GĘSTOŚCIAMI W GRUPACH

CRITICAL VALUES OF THE DIFFERENCES BETWEEN OF THE AVERAGE GROUP DENSITIES

	0 - ρ	1 - ρ	2 - ρ	3 - ρ
0 - ρ	—	7.404	4.252	11.651
1 - ρ		—	7.258	12.322
2 - ρ			—	11.494
3 - ρ				—

Tablica 16 / Table 16

RÓŻNICE MIĘDZY ŚREDNIMI GRUPOWYMI WYTRZYMAŁOŚCIAMI RDZENI NA ZGINANIE

DIFFERENCES BETWEEN THE FLEXURAL STRENGTH GROUP AVERAGES OF CORES

	0 - Rz	1 - Rz	2 - Rz	3 - Rz
0 - Rz	—	0.351	0.527	0.714
1 - Rz		—	0.176*	0.363
2 - Rz			—	0.187
3 - Rz				—

Tablica 17 / Table 17

KRYTYCZNE WARTOŚCI RÓŻNIC MIĘDZY ŚREDNIMI WYTRZYMAŁOŚCIAMI RDZENI NA ZGINANIE W GRUPACH

CRITICAL VALUES OF THE DIFFERENCES BETWEEN AVERAGE GROUP FLEXURAL STRENGTH IN THE GROUPS

	0 - Rz	1 - Rz	2 - Rz	3 - Rz
0 - Rz	—	0.224	0.236	0.221
1 - Rz		—	0.183*	0.159
2 - Rz			—	0.176
3 - Rz				—

* assuming $\alpha = 0.1$, H_0 could be discarded for the pairs of series 1 – Rz and 2 – Rz.

Tablica 18 / Table 18

PODSUMOWANIE STATYSTYK REGRESJI REGRESJI W PRZYPADKU PRÓBEK Z FORM

SUMMARY OF THE REGRESSION STATISTICS IN THE CASE OF THE SAMPLES FROM MOLDS

Statystyki regresji / Regression statistics	
Wielokrotność R / Multiple R	0.816
R kwadrat / R Square	0.667
Dopasowany R kwadrat / Adjusted R Square	0.658
Błąd standardowy / Standard error	0.086
Obserwacje / Observations	41

Tablica 19 / Table 19

WYNIKI ANALIZY REGRESJI DLA PRÓBEK Z FORM

THE RESULTS OF THE REGRESSION ANALYSIS IN THE CASE OF THE SAMPLES FROM MOLDS

Analiza wariancji ANOVA	df	SS	MS	F	Istotność F Significance F
Regresja Regression	1	0.580	0.580	77.955	7.69E-11
Resztkowy Residual	39	0.290	0.007		
Razem Total	40	0.871			
	Współczynniki	Błąd std	t Stat	Wartość-p	
Przecięcie Intercept	-0.572	0.163	-3.500	1.182E-03	
Zmienna: Gęstość / Variable: Density	0.0029	3.300E-04	8.829	7.690E-11	

Na rysunku 3 pokazano rozrzut wyników pomiarów dla próbek z form wraz z postulowaną ciągłą linią trendu oraz przedziałem ufności na poziomie $1 - \alpha$ dla wartości wyjścia \hat{R}_z , zaznaczonym przy użyciu linii przerywanych.

Zarówno wartość współczynnika determinacji R^2 , jak i stąd wynikająca wartość wielokrotności R dla postulowanego modelu liniowego wskazują na korelację wytrzymałości na zginanie i gęstości rdzenia.

W tabelicy 20 zamieszczono statystyki opisujące analizowaną regresję w przypadku próbek po zdjęciu papieru, a w tabelicy 21 zawarto analizę statystyczną parametrów postulowanego, liniowego modelu zależności wytrzymałości na zginanie w funkcji gęstości rdzenia w przypadku tych próbek.

Na rysunku 4 zamieszczono wykres rozrzutu wyników pomiarów dla próbek bez papieru wraz z postulowaną ciągłą linią trendu oraz przedziałem ufności na poziomie $1 - \alpha$ dla wartości wyjścia \hat{R}_z , zaznaczonym przy użyciu linii przerywanych.

densities exceed the corresponding Games-Howell statistics. This means that statistically significant differences in density occur between each group.

A similar method was adopted for the mechanical strength analysis. The summary of ANOVA is in table 14 and one-way analysis of variance in table 15 for the core strength population after paper removal. For all calculations, the significance level of $\alpha = 0.05$ was adopted. The unit of mechanical flexural strength is MPa.

The calculated value of F statistics is greater than F test value. This means that there is no basis to adopt the zero hypothesis H_0 . It is concluded that the alternative hypothesis H_1 is true. At the same time, the p-value indicates that the probability of making a type I error is $\leq 7.45 \times 10^{-211}$. In order to check the existence of statistical

differences between each group separately, a posteriori Games-Howell verification was carried out [Tabs. 16, 17]. The selection of the test was dictated by the different sizes of measurement groups and the inequality of variance in the compared groups. The alternative hypotheses tested are as follows:

H_0 : no statistically significant differences between the groups $[\mu_i = \mu_j]$,

H_1 : statistically significant differences between the groups.

It is concluded that the actual differences between the mean strength values do not exceed the corresponding Games-Howell statistics only between groups 1 and 2. This means that the strength decreases between these groups are not statistically significant and, for these pairs of series, the H_0 hypothesis of no differences between the groups can be assumed.

5.3. Regression analysis

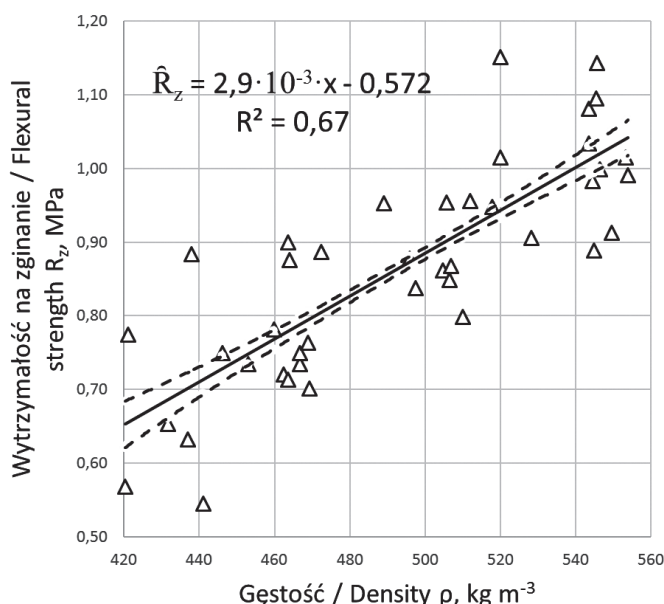
The regression analysis with the use of the Excel Data Analysis tool was performed on the linear dependence of the strength of the samples on their density. In Table 18, a summary of descriptive regression statistics, the result of the analysis [Table 19] and a graph [Figure 2] for mould boards are presented.

Tablica 20 / Table 20

PODSUMOWANIE STATYSTYK REGRESJI REGRESJI W PRZYPADKU PRÓBEK PO ZDJĘCIU PAPIERU

SUMMARY OF THE REGRESSION STATISTICS IN THE CASE OF THE SAMPLES WITHOUT PAPER

Statystyki regresji / Regression statistics	
Wielokrotność R / Multiple R	0.861
R kwadrat / R Square	0.741
Dopasowany R kwadrat / Adjusted R Square	0.734
Błąd standardowy / Standard error	0.168
Obserwacje / Observations	38



Rys. 3. Wykres rozrzutu wyników pomiarów dla próbek z form wraz z postulowaną ciągłą linią trendu oraz przedziałem ufności na poziomie $1 - \alpha$ dla wartości wyjścia \hat{R}_z , zaznaczonym przy użyciu linii przerywanych.

Fig. 3. Scatterplot of the measurement results for the samples from molds with the postulated solid trend line and the prediction interval calculated using a confidence level $1 - \alpha$ for response value \hat{R}_z and marked with dashed lines.

Tablica 21 / Table 21

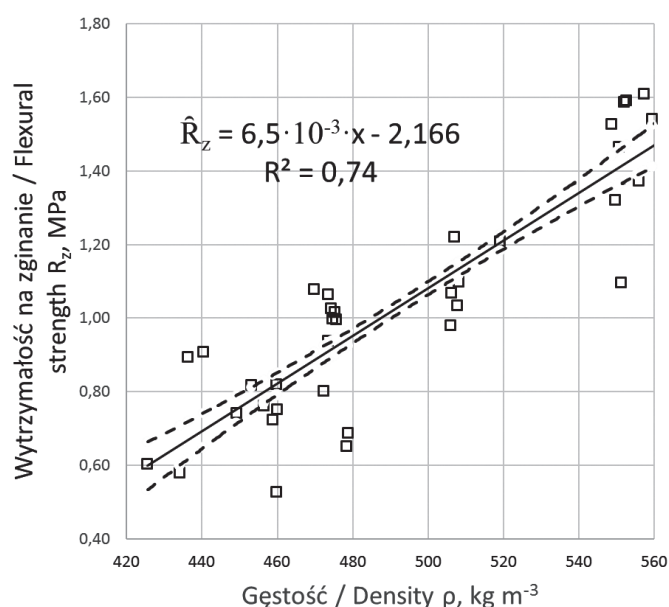
ANOVA DLA REGRESJI WYTRZYMAŁOŚCI NA ZGINANIE WZGLĘDEM GĘSTOŚCI RDZENIA DLA PRÓBEK PO ZDJĘCIU PAPIERU

ANOVA OF REGRESSION ANALYSIS OF FLEXURAL STRENGTH ON DENSITY FOR SAMPLES WITHOUT OF PAPER

Analiza wariancji ANOVA					
	df	SS	MS	F	Istotność F Significance F
Regresja / Regression	1	2.919	2.919	103.104	4.12E-12
Reszkowy / Residual	36	1.019	0.028		
Razem / Total	37	3.938			
Współczynniki Coefficients					
	Współczynniki Coefficients	Błąd standardowy Standard Error	t Stat	Wartość-p P - Value	
Przecięcie / Intercept	-2.166	0.318	-6.810	5.835E-08	
Zmienna: Wytrzymałość na zginanie / Variable: Flexural strength	0.0065	6.396E-04	10.154	4.123E-12	

Zarówno wartość współczynnika determinacji R^2 , jak i stąd wynikająca wartość wielokrotności R dla postulowanego modelu liniowego wskazują na silną korelację wytrzymałości na zginanie i gęstości rdzenia w przypadku próbek bez kartonu.

Na kolejnym rysunku 5, będącym fragmentem rysunku 4, pokazano wykorzystanie wyznaczonego przedziału ufności do prognozowania wartości wyjścia z obiektu \hat{R}_z dla zadanej wartości gęstości rdzenia płyty gipsowo – kartonowej lub na odwrót. Przykładowo dla pokazanej na rysunku 5 wartości gęstości rdzenia $\rho_{ch} \approx 427 \text{ kg m}^{-3}$ wytrzymałość rdzenia na zginanie mieścić się może



Rys. 4. Wykres rozrzutu wyników pomiarów dla próbek po zdjęciu papieru wraz z postulowaną ciągłą linią trendu oraz przedziałem ufności na poziomie $1 - \alpha$ dla wartości wyjścia \hat{R}_z , zaznaczonym przy użyciu linii przerywanych.

Fig. 4. Scatterplot of the measurement results for the samples without paper with the postulated solid trend line and the prediction interval calculated using a confidence level $1 - \alpha$ for response value \hat{R}_z and marked with dashed lines.

Coefficient of determination R^2 and therefore resulting R for given linear regression model, exhibits correlation of bending strength and core density.

In Table 20, a summary of descriptive regression statistics, the result of the analysis [Table 21] and a graph in Figure 3 for boards after paper removal are presented.

The value of the coefficient of determination R^2 obtained in both cases indicates a satisfactory fit of the adopted linear model of correlation between the variables under analysis.

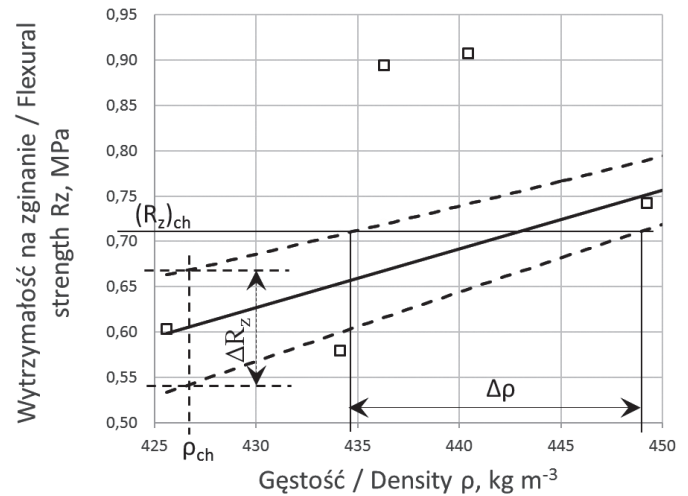
w przedziale MPa. Wyznaczone przedziały ufności dla badanych funkcji regresji mogą zawężyć się wraz z dalszym gromadzeniem nowych wyników badań korelacji wytrzymałości rdzenia na zginanie i gęstości rdzenia.

6. Wnioski

1. Analiza ANOVA wyników badania produkcyjnego wykazuje, że udało uzyskać się istotnie różne gęstości rdzeni gipsowych w poszczególnych grupach pomiarowych. Zarazem informuje, że różnice gęstości pomiędzy poszczególnymi grupami nie zawsze idą w parze z dużymi zmianami wytrzymałości rdzeni gipsowych na zginanie. Uwidacznia się to zarówno dla ręcznie wylewanych rdzeni z form poliuretanowych, jak i formowanych w sposób ciągły na lini produkcyjnej.
2. Analiza regresji, w tym wartość Wielokrotności R wynikającej z wartości współczynnika determinacji R^2 wskazuje na występowanie silnej, liniowej korelacji między wytrzymałością rdzenia na zginanie w funkcji gęstości rdzenia. Oznacza to możliwość optymalizacji gęstości produktu drogą doboru odpowiednich parametrów napowietrzania, dla założonej wartości wytrzymałości rdzenia na zginanie.

Literatura / References

1. S. Chłądzyński, Spoiwa gipsowe w budownictwie (Gypsum Binders in Construction), Dom Wydawniczy Medium, 2008 (in Polish).
2. W. Kurdowski, Podstawy chemiczne mineralnych materiałów budowlanych i ich właściwości (Chemical Basis of Mineral Building Materials and Their Properties), Cement Producers Association, Kraków, 2018 (in Polish).
3. PN-EN 13279-2; Gypsum binders and gypsum plasters. Part 2: Test methods. Polish Committee for Standardization, (2014).
4. A. Łomnicki, Wprowadzenie do statystyki dla przyrodników (Introduction to Statistics for Life Scientists), PWN, (2014).
5. Excel Analysis ToolPack, <https://support.office.com/pl-pl/article/dodatki-analizy-danych-służący-do-wykonywania-złożonych-analiz-danych-6c67ccf0-f4a9-487c-8dec-bdb5a2cefab6>, accessed: 16.10.19
6. P.A. Games, J.F. Howell, Pairwise multiple comparison procedures with unequal n's and/or variances: A Monte Carlo study. *Journal of Educational Statistics* 1 113-125, (1976).



Rys. 5. Fragment Rys.4 z zaznaczoną wartością prognozy ΔR_z dla zadanej wartości ρ_{ch} oraz wartości prognozy $\Delta \rho$ dla zadanej wartości $(R_z)_{ch}$.

Fig. 5. Fragment of Fig.4 with marked prediction of future ΔR_z for the set value ρ_{ch} and prediction of future $\Delta \rho$ for the set value $(R_z)_{ch}$.

6. Conclusions

1. The analysis of the production test results presented above indicates that significantly different gypsum core densities were obtained in individual groups. At the same time, it demonstrates that differences in density between individual series do not always go hand in hand with significant changes in the strength of gypsum cores. This is visible both for manually poured polyurethane mold cores and for those formed continuously on the production line.
2. Regression analysis indicates a statistically significant correlation between core density and core strength. This means that product density can be optimised, through setting proper aeration parameters, for given bending strength.