

Analiza ryzyka w ocenie jakości betonu towarowego, z wykorzystaniem logiki rozmytej

Risk analysis in quality assessment of ready-mixed concrete using fuzzy logic

Izabela Skrzypczak¹, Joanna Zięba^{2*}

¹Politechnika Rzeszowska, Wydział Budownictwa, Inżynierii Środowiska i Architektury, Katedra Geodezji i Geotechniki, Poznańska 2, Rzeszów, 35-084, e-mail: izas@prz.edu.pl, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0978-3040>

²Politechnika Rzeszowska, Wydział Budownictwa, Inżynierii Środowiska i Architektury, Katedra Konstrukcji Budowlanych, Poznańska 2, Rzeszów 35-084, e-mail: j.zieba@prz.edu.pl, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1800-5697>

*Corresponding author: J. Zięba, e-mail: j.zieba@prz.edu.pl

Streszczenie

Decyzja o zaliczeniu rozpatrywanej partii betonu do projektowanej klasy, zależy od spełnienia warunków dotyczących wytrzymałości – każdego wyniku i wartości średniej. Kryteria zgodności betonu zostały opisane w normie PN-EN 206+A1:2016. Rozpatrując ryzyko w ocenie jakości betonu można przyjąć, że w tej ocenie występują trzy poziomy wyniku: mały, średni i duży. Wykorzystując operacje logiczne na zbiorach rozmytych, można ustalać reguły wnioskowania, w celu ustalenia zależności między różnymi zmiennymi. W pracy przedstawiono analizę ryzyka produkowanego betonu, przeprowadzoną dla dwóch parametrów wejściowych, dotyczących średniej wytrzymałości betonu na ściskanie oraz usterek, uzyskanych podczas sprawdzania zgodności ocenianych właściwości, z prawdopodobieństwem ich wystąpienia. Trzecim czynnikiem, jako konsekwencji wystąpienia tych właściwości, będzie sprawdzenie wytrzymałości na ściskanie, produkowanego betonu. W przypadku oceny wytrzymałości betonu na ściskanie, w oparciu o trzy wyniki $n = 3$, uzyskanej średniej 28 MPa przed i po kontroli, zgodności określonej na poziomie średnich właściwości, ryzyko dotyczące prawidłowej oceny jakości produkowanego betonu, jest średnie.

Słowa kluczowe: ryzyko, beton towarowy, jakość, logika rozmyta

Summary

The decision to include the considered batch of concrete in the designed class depends on the satisfaction of the conditions imposed on the strength of each individual result and the average value. The concrete conformity criteria are formulated in EN 206+A1:2016. When considering risk in concrete quality assessment, it can be assumed that there are three levels of result: low, medium, and high risk in quality assessment. Using logical operations on fuzzy sets, inference rules can be constructed to establish relationships between different variables. The paper presents an analysis of the risk of produced concrete carried out for two input parameters.

Parameters on the average compressive strength of concrete and online defects obtained during compliance checks. Defects are identified by the probability of their occurrence. The third parameter introduced relates to the consequences of the occurrence of events identified with the obtained defectiveness after the compliance check of the compressive strength of the concrete produced. When verifying the compressive strength of concrete based on a sample size of $n = 3$, with the result obtained of a mean value of 28 MPa and a defect before and after conformity control defined at the medium defectiveness, the risk regarding the correct assessment of the quality of the produced concrete is medium

Keywords: risk, ready mix concrete, quality, fuzzy logic

1. Wprowadzenie

Decyzja o zaliczeniu rozważanej partii betonu do projektowanej klasy, zależy od spełnienia warunków, obejmujących wytrzyma-

1. Introduction

The decision to place the concrete batch considered in the design class, depends on the fulfillment of the conditions, imposed on

łość, dotyczącą każdego pojedynczego wyniku – f_{ci} oraz wartości średniej – f_{cm} . Kryteria jakości betonu zalecane w normie PN-EN 206+A1:2016-12 (1), są sformułowane następująco:

- gdy beton jest wytwarzany w sposób ciągły, a podstawą oceny są wyniki badań serii próbek, o liczebności $n > 15$ (1):

$$f_{ci} \geq f_{ck} - 4 \text{ MPa}; f_{cm} \geq f_{ck} + 1,48\sigma \quad [1]$$

gdzie:

σ – odchylenie standardowe, obliczone na podstawie co najmniej 35 kolejnych wyników, zgromadzonych w okresie dłuższym niż trzy miesiące, poprzedzające czas wykonania próbek, weryfikowanej partii betonu;

f_{ck} – typowa wytrzymałość betonu na ściskanie.

- w okresie początkowym ciągłego wytwarzania betonu, co najmniej przez trzy miesiące i uzyskaniu co najmniej 35 wyników badań, $n < 15$ (2):

$$f_{ci} \geq f_{ck} - 4 \text{ MPa}; f_{cm} \geq f_{ck} + 4 \text{ MPa} \quad [2]$$

Zalecane obecnie w PN-EN 206+A1:2016-12 (1,2) kryteria zgodności, są kryteriami pojedynczymi, a nie podwójnymi, natomiast ryzyko przy sprawdzaniu jakości betonu ponosi zarówno producent, jak i odbiorca.

Stosowanie kryteriów zgodności dla próbki o wielkości $n < 15$ [2], bez podania wartości odchylenia standardowego, może przyczynić się do pogorszenia jakości betonu, a w konsekwencji prowadzić do nadmiernego ryzyka odbiorcy – rys. 1 (6-10,23).

Na rysunku 1 przedstawiono klasyczną macierz decyzyjną, w której jednak wyraźnie uwzględniono koszty – zarówno zysków jak i strat, związanych z kontrolą zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie, z punktu widzenia dostawcy. Koszty produkcji [C] i koszty oceny [D], są zawsze uwzględnione, niezależnie od wyników kontroli zgodności.

Odpowiednie decyzje, związane ze zgodnością, dotyczą zarówno partii betonu, która została prawidłowo oceniona jako zgodna [A], jak i strat poniesionych w związku z tym, że wyrób został prawidłowo oceniony, jako niezgodny [F].

Ogólnie rzecz biorąc, zysk producenta betonu jest sumą różnych przychodów i wydatków, pokazanych na rysunku 3, a mianowicie:

- przychody ze sprzedaży wyrobu, zgodnego z wymaganiami,
- straty związane z ryzykiem odbiorcy – niezgodne partie betonu,
- koszty produkcji, koszty wszystkich uzyskanych partii betonu,
- koszty oceny wszystkich partii betonu,

the strength for each individual result – f_{ci} and mean value – f_{cm} . Concrete conformity criteria recommended by the standard PN-EN 206+A1:2016-12 [1] are formulated as follows:

- when the concrete is continuously produced and the evaluation is based on the results of testing a series of samples of $n > 15$ (1):

$$f_{ci} \geq f_{ck} - 4 \text{ MPa}; f_{cm} \geq f_{ck} + 1,48\sigma \quad [1]$$

where:

σ – standard deviation calculated from at least 35 consecutive results accumulated over a period of more than three months preceding the sampling time of the batch of concrete being verified;

f_{ck} – typical compressive strength of concrete

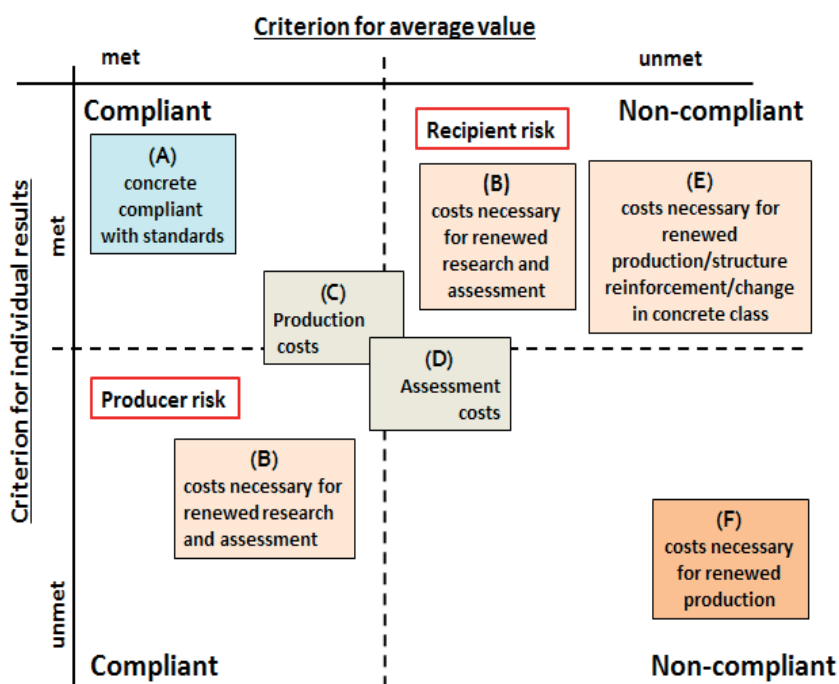
- during the initial period of continuous concrete production at least three months and at least 35 test results, $n < 15$ (2):

$$f_{ci} \geq f_{ck} - 4 \text{ MPa}; f_{cm} \geq f_{ck} + 4 \text{ MPa} \quad [2]$$

The conformity criteria currently recommended in EN 206+A1:2016-12 (1,2) are single criteria, not double criteria, and both the producer and the customer bear the risk when checking the conformity of the concrete.

Applying the conformity criteria for a sample of size $n < 15$ [2] without providing the standard deviation value may contribute to the deterioration in concrete quality and, in consequence, lead to an excessive customer risk - Fig. 1 (6-10,23).

Figure 1 presents the classic decision matrix, which, however, explicitly includes the costs of both profits and losses related to the control of concrete compressive strength from the supplier's point of view. Production costs [C] and assessment costs [D] are



Rys. 1. Macierz decyzyjna, dla kontroli zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie

Fig. 1. Decision matrix for conformity control of concrete compressive strength

- E. koszty niezbędne do ponownej produkcji, wzmocnienia konstrukcji lub zmiany klasy betonu,
- F. straty związane z ponownymi badaniami i ryzyko dostawcy – produkt niezgodny.

Macierz uwzględnia również ryzyko producenta i odbiorcy, ocenione na podstawie prawdopodobieństwa popełnienia błędów typu I i typu II.

Analiza ryzyka, związana ze stosowaniem statystycznych kryteriów zgodności, wymaga znajomości rzeczywistej, złej jakości badanej partii betonu, która może być oceniona, jedynie w przybliżeniu. Uwzględnienie ryzyka w nowoczesnych metodach oceny wytrzymałości betonu, lub przy budowie nawierzchni betonowych przedstawiono np. w pracach (3-5). Niepewności, związane z oceną jakości betonu oraz określeniem ryzyka producenta i odbiorcy, mają rozmyte, nielosowe właściwości. Wykorzystanie niekompletnych właściwości statystycznych, wraz z uwzględnieniem przeciwstawnych interesów kontrahentów, umożliwia zastosowanie modelowania rozmytego. Podczas odbioru partii betonu kierujemy się kryteriami zgodności, zakładając, że ryzyko producenta jest zrównoważone, a wadliwość dopuszczalna, jest mniejsza lub równa 5%. W pracy zastosowano algorytm oceny ryzyka w ocenie jakości betonu towarowego, z wykorzystaniem logiki rozmytej, w odniesieniu do próby o liczebności $n < 15$, przy spełnieniu kryteriów zgodności oraz przy przekroczonej wadliwości dopuszczalnej, a więc popełnieniu tzw. błędu drugiego rodzaju.

2. Ryzyko w ocenie jakości betonu towarowego

Modele prawdopodobieństwa są powszechnie stosowane w kwantyfikacji i ocenie ryzyka (6-8). Stały się one podstawą świadomego podejmowania decyzji, związanych z ryzykiem. Jednak model prawdopodobieństwa zbudowany z zastosowaniem klasycznej teorii mnogości, może nie być w stanie opisać niektórych zagrożeń, w racjonalny i praktyczny sposób. Brak danych empirycznych, poplątane związki przyczynowo-skutkowe oraz nieprecyzyjne wyniki, utrudniają ocenę stopnia narażenia na niektóre rodzaje ryzyka, przy użyciu wyłącznie tradycyjnych modeli prawdopodobieństwa. Czasami, nawet przy wiarygodnym, ilościowym modelu ryzyka, opartego na danych empirycznych, a także przyczyna ryzyka i jego właściwości, mogą być nie do końca zrozumiane. W takim przypadku, inne modele, z zastosowaniem logiki rozmytej, lepiej uwzględniają zależności przyczynowo-skutkowe i rozpoznają nieznaną złożoność analizowanych zjawisk (9-13). Te nowe modele mogą lepiej nadawać się do zrozumienia i oceny niektórych zagrożeń, na przykład w ocenie jakości betonu towarowego. Pomimo, że są dostępne i dobrze rozpoznane modele ilościowe, do oceny ryzyka w produkcji betonu towarowego. To ryzyko zwykle jest poza kontrolą producentów i odbiorców. Jednak, przy odpowiednim rozpoznaniu ryzyka i jego kontroli, ryzyko może zostać znacznie ograniczone, pomimo braku konsensusu, jakie modele ilościowe należy zastosować. W związku z tym korzystne może być opracowanie i zastosowanie, lepszych modeli oceny ryzyka przy użyciu nowszego podejścia, logiki rozmytej. Zastosowanie

always included, regardless of the results of conformity control.

Appropriate conformity-related decisions concern both the concrete batch that was properly assessed as compliant [A] and losses incurred due to the product being properly assessed as non-compliant [F]. In general, the concrete producer's profit is the sum of various incomes and expenditures showed in Figure 3, such as:

- A. income from the selling of the compliant product,
- B. losses related to the recipient's risk - non-compliant concrete batches,
- C. production costs, costs of all concrete batches produced,
- D. assessment costs for all concrete batches,
- E. costs necessary for renewed production, structure reinforcement, or change in concrete class,
- F. losses related to renewed tests and supplier's risk - non-compliant product.

The matrix also takes into account the producer's and the recipient's risk, estimated based on the probability of making type I and type II errors.

Risk analysis associated with the application of statistical conformity criteria requires knowledge of the actual defectiveness of the concrete batch tested, which can only be estimated approximately. Consideration of risk in modern methods of concrete strength assessment for concrete pavement construction is presented, for example, in (3-5). The uncertainties associated with assessing concrete quality and determining producer and consumer risk are of a fuzzy, non-random nature. The use of incomplete statistical knowledge together with the consideration of the counterparties' opposing interests makes fuzzy modelling possible. During the acceptance of a batch of concrete, we are guided by compliance criteria, assuming that the producer's risk is balanced and the allowable defect is less than or equal to 5%. This paper presents a risk assessment algorithm to assess the quality of ready-mixed concrete using fuzzy logic, for a sample size of $n < 15$, when compliance criteria are met and the allowable defect is exceeded, i.e., committing the so-called second kind of error.

2. Risk and quality assessment of ready-mixed concrete

Probability models are widely used in risk quantification and assessment (6-8). They have become the basis for informed risk decision making. However, a probability model built on classical multiplicity theory may not be able to describe some risks in a rational and practical way. The lack of empirical data, entangled causal relationships, and imprecise data make it difficult to assess exposure to certain risks using only traditional probability models. Sometimes, even with a reliable quantitative risk model calibrated on empirical data, the cause of the risk and its profile may not be fully understood. In this case, other models such as fuzzy logic better account for causal relationships and recognize the unknown complexity of the phenomena being analysed (9-13). These new models may do a better job in understanding and assessing some risks, such

logiki rozmytej i teorii zbiorów rozmytych, wprowadzonych przez L.A. Zadeha (14), do oceny ryzyka w procesie produkcji betonu towarowego, wydaje się być podejściem uzasadnionym.

W przeciwieństwie do teorii prawdopodobieństwa, teoria logiki rozmytej dopuszcza niepewność, może również zawierać informacje, opisane zmiennymi językami. Producenci betonu mogą nie mieć wystarczających znajomości lub danych, do pełnej oceny ryzyka, przy użyciu modeli, opartych na teorii prawdopodobieństwa i oceny np. wadliwości przed czy po, przeprowadzonej kontroli zgodności. Modele oparte na logice rozmytej mogą więc być pomocne w ocenie narażenia wytwórni betonu towarowego na ryzyko, związane z jego produkcją, materiału o gorszej jakości. Produkcja betonu gorszej jakości może być konsekwencją wynikającą z dążeń do spełniania wymagań wynikających z założeń zrównoważonego rozwoju (15). Problem ten dotyczy nie tylko betonu, ale również innych materiałów, – na przykład stali (16, 17).

3. Logika rozmyta i teoria zbiorów rozmytych

W klasycznej teorii mnogości, obiekt/element należy, albo nie należy do zbioru. Jednak w rzeczywistości, z powodu niewystarczającej znajomości, lub nieprecyzyjnych danych, nie zawsze jest oczywiste, czy obiekt należy do zbioru, czy nie. Natomiast zbiory rozmyte interpretują niepewność, w sposób przybliżony. Teoria zbiorów rozmytych dopuszcza należność obiektu, do wielu zbiorów rozłącznych. Dla każdego zbioru, istnieje stopień pewności, że obiekt należy do zbioru rozmytego (18, 19).

Rozważając ryzyko w ocenie jakości betonu, można założyć, że istnieją trzy poziomy wyniku: małe, średnie i duże ryzyko, w ocenie jakości. Opierając się na klasycznej teorii mnogości, pełny zbiór składa się z tych trzech rozłącznych zbiorów i tylko do jednego z nich można zakwalifikować beton, jeśli ryzyko jest związane z oceną jego jakości. Natomiast zgodnie z logiką rozmytą, ryzyko związane z kontrolą jakości betonu można przypisać np. pewności 0,7 do ryzyka dużego, oraz ze stopniem pewności 0,3, do ryzyka średniego.

3.1. Reguły wnioskowania rozmytego

Za pomocą operacji logicznych, obejmujących zbiory rozmyte, można zbudować reguły wnioskowania, w celu ustalenia zależności, pomiędzy różnymi zmiennymi. Jeden rodzaj reguły wnioskowania rozmytego, nazywa się regułą wnioskowania typu max-min, a ze wszystkich składników można zbudować system oparty na logice rozmytej, w następujących krokach - rys. 2 (12, 18, 19).

1. Zmienne niezależne, wybiera się jako kluczowy determinant, lub wskaźniki zmiennej zależnej.
2. Zbiory rozmyte opracowuje się zarówno dla zmiennych niezależnych, jak i zależnych. Zamiast używać wartości liczbowych, do opisu zmiennej, używane są zbiory rozmyte, opisowe, złożone ze zmiennych jakościowych. Stopień prawdziwości, że każda zmienna należy do pewnego zbioru rozmytego, jest określony przez funkcję przynależności.

as the risk in the quality assessment of ready-mixed concrete. Although there are available and well-recognized quantitative models for risk assessment in ready-mixed concrete production, this risk is usually beyond the control of ready-mixed concrete for producers and consumers. However, with proper risk identification and control of risks, risk can be significantly reduced, despite the lack of consensus on which quantitative models to use. Therefore, it may be beneficial to build and implement more appropriate risk assessment models using a newer approach, such as fuzzy logic. The application of fuzzy logic and fuzzy set theories, introduced by L.A. Zadeh (14), to risk assessment in the ready-mixed concrete process appears to be a reasonable approach. Unlike probability theory, fuzzy logic theory explicitly allows for uncertainty and can easily incorporate information described by linguistic variables. Concrete producers may not have sufficient knowledge or data to fully assess risk using models based on probability theory and evaluate, for example, defectiveness before or after a compliance inspection. Fuzzy logic-based models may therefore be helpful in assessing the exposure of ready-mix concrete producers to the risk of producing underperforming concrete. Production of lower-quality concrete may be a consequence of the move toward increasingly popular sustainability (15). The problem affects not only concrete but also steel (16, 17).

3. Fuzzy logic and fuzzy set theory

In classical multiplicity theory, an object/element belongs or does not belong to a set. However, in reality, due to the insufficient knowledge or imprecise data, it is not always obvious whether an object belongs to a set or not. On the contrary, fuzzy sets interpret uncertainty in an approximate way. Fuzzy set theory allows an object to belong to multiple disjoint sets. For each set, there is a degree of certainty that the object belongs to the fuzzy set (18,19).

When considering risk in concrete quality assessment, it can be assumed that there are three levels of result: low, medium, and high risk in quality assessment. Based on the classical multiplicity theory, a complete set consists of these three disjoint sets, and only one of them can be classified as risk in the concrete quality assessment. On the other hand, according to fuzzy logic, the risk of concrete quality control can be assigned, for example, with a degree of certainty of 0.7 to high risk and with a degree of certainty of 0.3 to the medium risk.

3.1. Rules of fuzzy inference

With the help of logical operations on fuzzy sets, inference rules can be constructed to determine the relationship between different variables. A type of fuzzy inference rule is called the max-min inference rule, and from all components, a system based on fuzzy logic can be constructed in the following steps - Figure 2 (12,18,19).

1. Independent variables are selected as key determinants or indicators of the dependent variable.
2. Fuzzy sets are created for both independent and dependent variables. Instead of using numerical values, fuzzy sets are used

3. W systemie znajdują się reguły wnioskowania. Do przeprowadzenia wnioskowania rozmytego mogą być zastosowane funkcje przynależności, zgodnie z opisem reguł wnioskowania.
4. Wyjściowy zbiór rozmyty zmiennej zależnej, przyjmuje się w oparciu o zmienne niezależne i reguły wnioskowania. Po rozmyciu, wartość liczbowa może być użyta do reprezentowania wyjściowego zbioru rozmytego.
5. Wynik jest wykorzystywany do świadomego podejmowania decyzji.

3.2. Ryzyko w ocenie jakości betonu towarowego

Ryzyko oraz jego wielkości, bardzo często przedstawiane są za pomocą zmiennych językowych, np. ryzyko małe, średnie, duże. W wielu przypadkach wartości kryterialne, przyjęcia poszczególnych wartości – parametrów ryzyka czy samego ryzyka, są różnie przyjmowane i interpretowane, przez ekspertów. Mając szeroką, lecz jednocześnie subiektywną wiedzę ekspertów, dotyczącą ryzyka związanego z przyjęciem materiału o niskiej jakości – wadliwej partii materiału, można zbudować rozmyty model analizy ryzyka, który pozwoli na wykorzystanie w całości, wszystkich informacji. Na tej podstawie można podjąć odpowiednie decyzje, w "zarządzaniu" ryzykiem. Ryzyko jest miarą zagrożenia, definiowaną jako kombinacja prawdopodobieństwa i skutków zajścia, niepożądanego zdarzenia. Zagrożenie E_i , oznacza możliwość zajścia zdarzenia, powodującego utratę życia, zdrowia ludzi i/lub straty materialne, społeczne oraz ekologiczne.

W przypadku losowych właściwości zdarzeń, należy je traktować jako zdarzenia losowe, a ryzyko jest wielkością zdefiniowaną lub losową i można ją obliczyć, za pomocą wzoru [3]:

$$R = \sum_{i=1}^n p(E_i) \cdot D_i \quad [3]$$

gdzie:

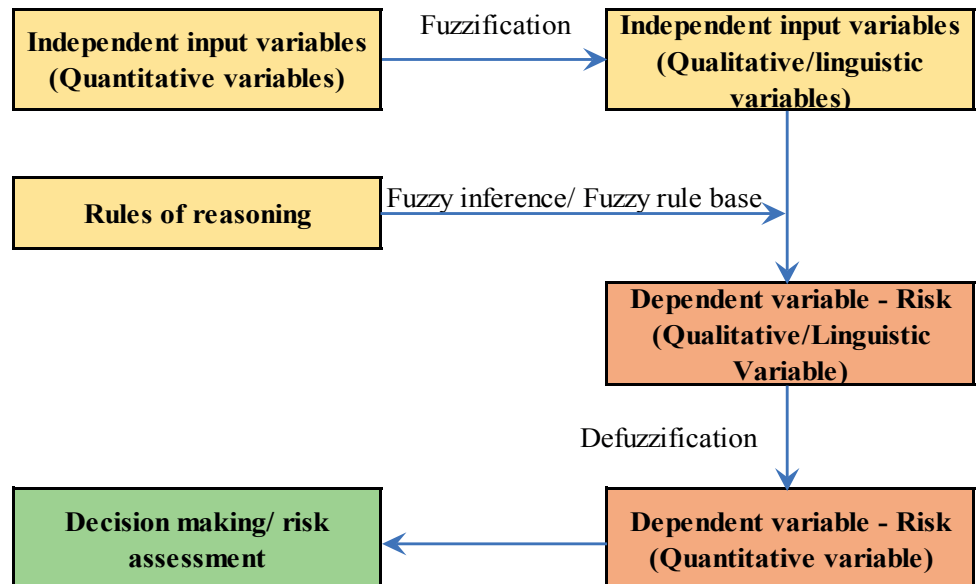
E_i – waga punktowa, dotycząca prawdopodobieństwa wystąpienia rozważanej zmiennej – "parametru" / zdarzenia,

D_i – waga punktowa, określająca straty, związane z wystąpieniem tego zdarzenia,

n – ilość zdarzeń wejściowych.

Dla poszczególnych parametrów, dotyczących ryzyka przy ocenie jakości betonu, zdefiniowano następujące kryteria przyjęcia wag punktowych:

- waga punktowa wystąpienia i-tego zdarzenia, dotyczącego ryzyka związanego z oceną jakości betonu towarowego tj.



Rys. 2. Schemat oceny ryzyka, przy użyciu systemu logiki rozmytej

Fig. 2. Risk estimation scheme using fuzzy logic system

to describe the variable in terms of descriptive and qualitative variables. The degree of truth that each variable belongs to a certain fuzzy set is determined by the membership function.

3. Inference rules are built into the system. Membership functions can be used to perform fuzzy inference according to the description of the inference rules.
4. The fuzzy output set of the dependent variable is generated from the independent variables and inference rules. After fuzzification, a numerical value can be used to represent the fuzzy set.
5. The result is used to make the informed decisions.

3.2. Risk in assessing the quality of ready-mixed concrete

Risk and its parameters are very often represented by linguistic type variables, e.g. low risk, medium risk, high risk. In many cases, the criterion values for accepting particular scale values - risk parameters or risk itself, are accepted and interpreted by experts. Having a broad, but at the same time subjective, expert knowledge of the risk associated with the acceptance of material of inferior quality - defective batch of material, it is possible to build a fuzzy risk analysis model. Risk is a measure of hazard defined as the combination of probability and consequence of an undesirable event occurring. Threat E_i means the possibility of an event that causes loss of human life or personal injury and of economic, social, or environmental losses.

When events are random in nature, they are treated as random events and the risk is a determined or random quantity and can be calculated using formula [3]:

$$R = \sum_{i=1}^n p(E_i) \cdot D_i \quad [3]$$

wytrzymałości betonu na ściskanie oraz kontroli wadliwości on-line, podczas kontroli zgodności:

- duża – waga 3
 - średnia – waga 2
 - mała – waga 1
- parametr strat, utożsamiany z uzyskaną małą, średnią, dużą wadliwością off-line i konsekwencjami z tym związanymi, zdefiniowanymi jako:
- małe straty – partia materiału nie spełnia kryteriów zgodności, powtórna kontrola, wbudowany materiał należy skuć, remont nowego obiektu, – waga 1,
 - średnie straty – awaria, zagrożenie zdrowia i życia użytkowników obiektu budowlanego, waga 2,
 - duże straty – katastrofa budowlana, ofiary w ludziach, waga 3.

Matrycę ryzyka, uwzględniającą przyjęte do analizy parametry, przedstawiono w tabelicy 1.

Według matrycy ryzyka, przedstawionej w tabelicy 1, przyjęto następującą trzystopniową skalę ryzyka:

- ryzyko małe $R_L = [1÷2]$,
- ryzyko średnie $R_M = [3÷5]$,
- ryzyko duże $R_H = [6÷9]$.

W przyjętym modelu, do wartości wejściowych należą parametry kontrolowane, to jest: średnia wytrzymałość betonu na ściskanie – dla próby o liczebności $n = 3$, wadliwość podczas kontroli zgodności oraz wadliwość po kontroli, które to parametry determinują wystąpienie betonu o niskiej jakości, natomiast wyjściem jest wartość ryzyka.

3.3. Przykład liczbowy oceny ryzyka, w kontroli jakości betonu towarowego

Analizę ryzyka produkowanego betonu, przeprowadzono dla dwóch parametrów wejściowych, dotyczących średniej wytrzymałości betonu na ściskanie oraz wadliwości on-line, uzyskanej podczas kontroli zgodności. Dwa pierwsze parametry mają prawdopodobieństwo ich wystąpienia oraz trzeci z parametr, jako konsekwencja zajścia tych zdarzeń, utożsamianych z uzyskaną wielkością wadliwości, po przeprowadzonej kontroli zgodności, wbudowanego materiału w konstrukcję.

W założonym modelu, jakościowymi wartościami wejściowymi są: średnia wytrzymałość na ściskanie, uzyskana dla próby o liczebności $n = 3 - f_{cm}$, wadliwość uzyskana podczas kontroli zgodności, – w_1 oraz wadliwość po kontroli – w_2 , które określono jako zbiory rozmyte. Natomiast wyjściem jest jakość ryzyka – tabela 2, rys. 2. Wartości zmiennych wejściowych betonu klasy C20/25, oszacowano jako zmienne jakościowe, uznając zdarzenie wystąpienia średniej wytrzymałości na ściskanie, oszacowane na podstawie próby o liczebności $n = 3$, na poziomie 28 MPa. Jest to zdarzenie mało prawdopodobne, wadliwość podczas kontroli zgodności przyjęto jako średnią, a otrzymaną wadliwość po kontroli, przyjęto

where:

E_i – a point weight concerning the probability of occurrence of the parameter/event under consideration,

D_i – a point weight that determines the losses associated with the occurrence of that event,

n – number of parameters/input events.

The following criteria for the adoption of scoring weights were defined for each risk parameter in assessing concrete quality:

- the point weight of the occurrence of the i -th risk event related to the quality assessment of ready-mixed concrete, i.e., concrete compressive strength and online defect control, during the compliance inspection:
 - high – weight of 3
 - medium – weight of 2
 - low – weight of 1
- the loss parameter identified with small, medium, large off-line defectivity and the associated consequences defined as:
 - small losses – the batch of material does not meet the compliance criteria, re-inspection, the inbuilt material should be removed, renovation of the new building – weight 1,
 - medium losses – failure, threat to health and life of building object users, weight 2,
 - large losses – building catastrophe, casualties, weight 3.

The risk matrix taking into account the parameters adopted for the analysis is presented in the form of Table 1.

According to the risk matrix shown in Table 1, the following three-tier risk scale was adopted:

- low risk $R_L = [1÷2]$
- medium risk $R_M = [3÷5]$
- high risk $R_H = [6÷9]$.

In the adopted model, the input values are the controlled parameters i.e. the average value of the compressive strength of concrete for the sample size $n = 3$, the defectiveness during the conformity control and the defectiveness after the conformity control. Controlled parameters determine the occurrence of under-quality concrete, while the output is the risk value.

3.3. Numerical example of risk assessment in quality

Tablica 1 / Table 1

MATRYCA RYZYKA OBLICZONA Z WZORU [3]

RISK MATRIX CALCULATED ACCORDING TO THE FORMULA [3]

| E_i | D_i | | |
|-------|-------|---|---|
| | 1 | 2 | 3 |
| j | | | |
| 1 | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 2 | 4 | 6 |
| 3 | 3 | 6 | 9 |

control of ready-mixed concrete

również jako średnią. Dla tak przyjętych zmiennych wejściowych, przeprowadzono analizę ryzyka. Oszacowanie ryzyka, przeprowadzono za pomocą arkusza kalkulacyjnego Excel, dla którego, w celu ułatwienia obliczeń, wykonano automatyzację zadań, za pomocą makr.

W wartościach pierwszego kroku, poszczególnym parametrom przypisano odpowiednie wartości funkcji przynależności, a następnie przeprowadzono proces wnioskowania. Decyzja o zaliczeniu rozważanej partii betonu do projektowanej klasy, zależy z reguły od spełnienia warunku, nałożonego na średnią wytrzymałość, w próbie f_{cm} . Sporadycznie, warunkiem decydującym jest ograniczenie wytrzymałości minimalnej, w teście f_{ci} (6, 20). Do wyznaczenia funkcji przynależności dla betonu klasy C20/25, zastosowano metodę statystycznie rozmytą (6, 9). Przedstawiona analiza, jest rozwinięciem propozycji Wolińskiego (9). Pierwszym etapem metody statystycznie rozmytej, jest wyznaczenie parametrów rozkładów brzegowych.

Parametry rozkładu brzegowego, wyznaczono za pomocą metod symulacji Monte Carlo i następującego algorytmu obliczeń (9).

1. Wygenerować N grup liczb losowych o wielkości $n = 3$, z rozkładu normalnego.
2. Losowo wybrać klasę betonu - beton trzech sąsiednich klas $C_{15/20}$, $C_{20/25}$, $C_{25/30}$ - identyczne prawdopodobieństwo równe 1/3.
3. Losowo wybrać odchylenie standardowe z 2, 3, 4, 5, 6 MPa, z prawdopodobieństwem 1/5.
4. Powtórzyć kroki od (1) do (3) n razy, aby otrzymać f_{c1}, \dots, f_{cn} .
5. Losowo wybrać wadliwość z rozkładu normalnego.
6. Obliczyć średnią wytrzymałość na ściskanie, sąsiednich klas betonu z równania [4]:

$$f_{cm(c_{15/20}, c_{20/25})} = \frac{f_{cm(c_{15/20})} + f_{cm(c_{20/25})}}{2} \quad i$$

$$f_{cm(c_{20/25}, c_{25/30})} = \frac{f_{cm(c_{20/25})} + f_{cm(c_{25/30})}}{2} \quad [4]$$

7. Obliczyć odchylenie standardowe z równania [5]:

$$s_{(c_{15/20}, c_{20/25})} = \frac{1}{n} \sqrt{s_{c_{15/20}}^2 + s_{c_{20/25}}^2} \quad \text{and}$$

$$s_{(c_{20/25}, c_{25/30})} = \frac{1}{n} \sqrt{s_{c_{20/25}}^2 + s_{c_{25/30}}^2} \quad [5]$$

8. Wyznaczyć typową wytrzymałość na ściskanie, dla rozważanych i niższych klas betonu z równania [6]:

$$f_{ck(c_{15/20}, c_{20/25})} = f_{cm(c_{15/20}, c_{20/25})} - t(w) s_{(c_{15/20}, c_{20/25})} \quad [6]$$

a dla rozważanych i wyższych klas betonu, z równania [7]:

$$f_{ck(c_{120/25}, c_{225/30})} = f_{cm(c_{20/25}, c_{25/30})} - t(w) s_{(c_{20/25}, c_{25/30})} \quad [7]$$

9. Obliczyć średnią wytrzymałość na ściskanie rozważanych i niższych klas betonu, z równania [8]:

$$f_{cm(c_{15/20}, c_{20/25})} = f_{ck(c_{15/20}, c_{20/25})} + 4 \quad [8]$$

oraz rozważanych i wyższych klas betonu z równania [9]:

The risk analysis of the concrete produced was carried out for two input parameters concerning the average compressive strength of the concrete and the online defectiveness obtained during the conformity control. The first two parameters are identified with the probability of their occurrence, and the third parameter, as a consequence of the occurrence of these events, is identified with the value of the defectiveness after the conducted the conformity control of the embedded material in the construction.

In the assumed model, the qualitative input values are the average compressive strength - f_{cm} obtained for the sample of $n = 3$, the defect obtained during the conformity control - w_1 - permissible defect and defectiveness after the conformity control - w_2 - disqualifying defect, which were defined in the form of fuzzy sets, while the output is the risk characteristic - Table 2, Fig. 2. The values of the input variables for the concrete class C20/25 were estimated as qualitative variables, considering the event of the an estimated occurrence of average compressive strength based on the sample of $n = 3$ at the level of 28 MPa. As an unlikely event, the defect during compliance control was assumed as an average and the defect obtained after control was also assumed as an average. A risk analysis was carried out for the input variables assumed. Risk estimation was carried out using an Excel spreadsheet in which automated tasks were performed using macros to facilitate calculations.

In the values of the first step, the individual parameters were assigned appropriate values of the membership function, and then the inference process was performed. The decision to place the considered batch of concrete in the designed class depends, as a rule, on the fulfillment of the condition imposed on the average strength of the f_{cm} test. Occasionally, the decisive condition is the limitation of minimum strength in the f_{ci} test (6,20). To determine the membership function for the concrete class C20/25, the statistically fuzzy method was used (6,9). The presented analysis is a development of the proposal of Woliński (9). The first step of the statistically fuzzy method is to determine the parameters of the marginal distributions.

Marginal distribution parameters were determined by means of Monte Carlo simulation methods and the following calculation algorithm (9).

1. Generate N groups of random numbers of size $n = 3$ from normal distribution;
2. Randomly select concrete class – concrete of three adjacent classes $C_{15/20}$, $C_{20/25}$, $C_{25/30}$ - identical probability of 1/3;
3. Randomly select standard deviation from 2, 3, 4, 5, 6 MPa with 1/5 probability;
4. Repeat steps from(1) to (3) n -times to obtain f_{c1}, \dots, f_{cn}
5. Randomly select defectiveness from normal distribution;

$$f_{cm(c_{20/25}, c_{25/30})} = f_{ck(c_{20/25}, c_{25/30})} + 4 \quad [9]$$

10. Utworzyć tabelę funkcji rozkładu prawdopodobieństwa marginalnego wektora losowego i wyznaczyć histogram rozkładów marginalnych, sumując wiersze i kolumny. Pierwszy rozkład brzegowy to suma wierszy i klasyfikacji, według rozważanych i niższych klas betonu. Drugi rozkład brzegowy to suma kolumn i klasyfikacja, według rozważanych i wyższych klas betonu.

Uzyskane wykresy funkcji prawdopodobieństwa rozkładu brzegowego – parametry rozkładu brzegowego, są podstawą do wyznaczenia funkcji przynależności cech badawczych dla poszczególnych klas betonu [rys. 2]. Funkcje te przypisano, w sposób subiektywny.

Dysponując funkcjami przynależności, dla różnych wartości średniej wytrzymałości betonu na ściskanie, można określić stopień przynależności rozpatrywanej partii betonu do różnych poziomów jakości, utożsamianych z prawdopodobieństwem jego wystąpienia: mały, średni, duży. Decyzja ta może być bardziej lub mniej ostrożna, w zależności od jej wpływu na ryzyko, związane z oceną jakości produkowanego betonu oraz wymaganiami, zapewnienia bezpieczeństwa i ekonomii.

Funkcje przynależności do średniej wytrzymałości na ściskanie betonu, oparto na histogramach rozkładów brzegowych, dla klasy betonu C20/25 i klas sąsiednich. Do opisu średniej wytrzymałości na ściskanie betonu, zastosowano funkcje rodzaju trójkątnego [rys. 3].

Natomiast, funkcje rozmyte, dla wadliwości podczas kontroli zgodności oraz po przeprowadzonej kontroli, zdefiniowano kierując się zaproponowanymi przez Taerwe (21, 22): obszarami wadliwości: nieekonomicznej, kontrolowanej i niebezpiecznej, wydzielonymi przez wadliwość dopuszczalną 5% oraz dyskwalifikującą 10%. W pracy natomiast, jako zmienne jakościowe przyjęto:

- dla wadliwości podczas kontroli zgodności, przyjęto prawdopodobieństwo ich wystąpienia, zdefiniowane jako małe, średnie, duże,
- dla wadliwości, po przeprowadzonej kontroli zgodności, przyjęto konsekwencje ich wystąpienia zdefiniowane jako małe, średnie, duże.

Do opisu wadliwości przyjęto funkcje trójkątne, trapezowe oraz Gaussa – rys. 4 i 5.

Wartość ryzyka, związanego z oceną jakości produkowanego betonu towarowego, przedstawiono jako trójelementowy zbiór, którego elementami są podzbiory rozmyte, opisane za pomocą zmiennych lingwistycznych: $R = \{ \text{małe, średnie, duże} \}$.

6. Calculate mean compressive strength of adjacent concrete classes from equation [4]:

$$f_{cm(c_{15/20}, c_{20/25})} = \frac{f_{cm(c_{15/20})} + f_{cm(c_{20/25})}}{2} \text{ and}$$

$$f_{cm(c_{20/25}, c_{25/30})} = \frac{f_{cm(c_{20/25})} + f_{cm(c_{25/30})}}{2} \quad [4]$$

7. Calculate standard deviation from equation [5]:

$$s_{(c_{15/20}, c_{20/25})} = \frac{1}{n} \sqrt{s_{c_{15/20}}^2 + s_{c_{20/25}}^2} \text{ and}$$

$$s_{(c_{20/25}, c_{25/30})} = \frac{1}{n} \sqrt{s_{c_{20/25}}^2 + s_{c_{25/30}}^2} \quad [5]$$

8. Determine the typical compressive strength for the considered and lower concrete classes from Equation [6]:

$$f_{ck(c_{15/20}, c_{20/25})} = f_{cm(c_{15/20}, c_{20/25})} - t(w)s_{(c_{15/20}, c_{20/25})} \quad [6]$$

and for the considered and higher concrete classes from Equation [7]:

$$f_{ck(c_{120/25}, c_{225/30})} = f_{cm(c_{20/25}, c_{25/30})} - t(w)s_{(c_{20/25}, c_{25/30})} \quad [7]$$

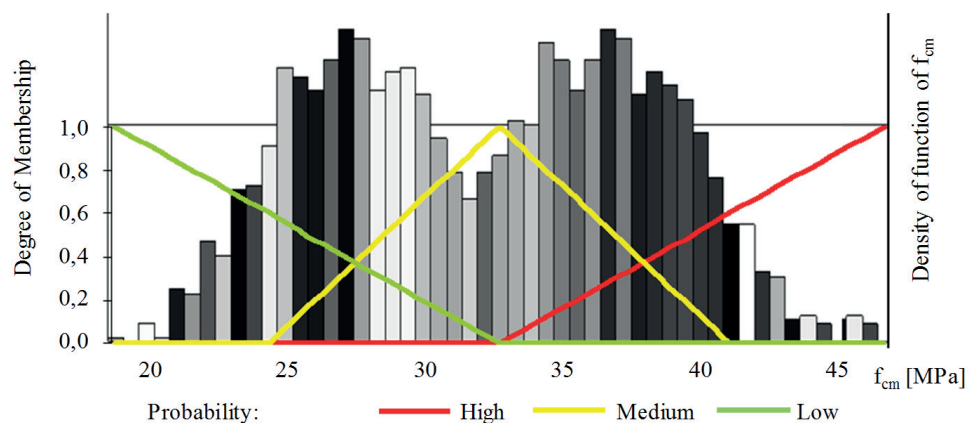
9. Calculate the mean compressive strength of the considered and lower concrete classes from equation [8]:

$$f_{cm(c_{15/20}, c_{20/25})} = f_{ck(c_{15/20}, c_{20/25})} + 4 \quad [8]$$

and of the considered and higher concrete classes from equation [9]:

$$f_{cm(c_{20/25}, c_{25/30})} = f_{ck(c_{20/25}, c_{25/30})} + 4 \quad [9]$$

10. Create a table for the probability distribution function of marginal random vector and determine the histogram of marginal distributions by summing rows and columns. The first marginal distribution is the sum of rows and the classification by the considered and lower concrete classes. The second marginal distribution is the sum of columns and the classification by the considered and higher concrete classes.



Rys. 3. Funkcja przynależności wartości średniej wytrzymałości na ściskanie, dla próbek o liczebności $n = 3$ oraz funkcja gęstości wartości średniej wytrzymałości na ściskanie, dla rozkładu brzegowego klasy betonu C20 / 25 i klas sąsiednich.

Fig. 3. Membership function of mean value of the compressive strength for sample size $n = 3$ and the density function of mean value of the compressive strength for the boundary distribution for the concrete class C20 / 25 and the neighboring classes

Tablica 2

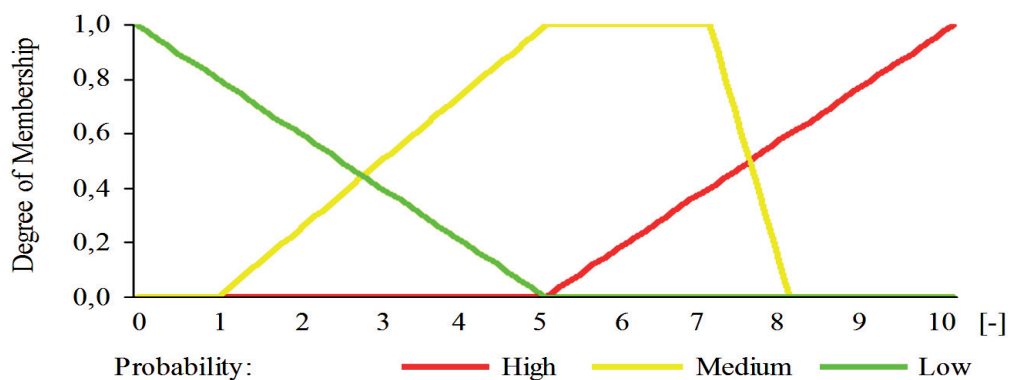
PODSTAWY REGUŁ DO ANALIZY RYZYKA

| Nr reguły | O_p jest |
|-----------|---|
| 1 | Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest L i w_2 jest L, to ryzyko jest M |
| 2 | Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest M i w_2 jest L, to ryzyko jest M |
| 3 | Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest H i w_2 jest L, to ryzyko jest M |
| 4 | Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest L i w_2 jest L, to ryzyko jest L |
| 5 | Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest M i w_2 jest L, to ryzyko jest L |
| 6 | Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest H i w_2 jest L, to ryzyko jest L |
| 7 | Jeśli f_{cm} jest H i w_1 jest L i w_2 jest L, to ryzyko jest L |
| 8 | Jeśli f_{cm} jest H i w_1 jest M i w_2 jest L, to ryzyko jest L |
| 9 | Jeśli f_{cm} jest H i w_1 jest H i w_2 jest L, to ryzyko jest L |
| 10 | Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest L i w_2 jest M, to ryzyko jest H |
| 11 | Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest M i w_2 jest M, to ryzyko jest H |
| 12 | Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest H i w_2 jest M, to ryzyko jest H |
| 13 | Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest L i w_2 jest M, to ryzyko jest M |
| 14 | Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest M i w_2 jest M, to ryzyko jest M |
| 15 | Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest H i w_2 jest M, to ryzyko jest H |
| 16 | Jeśli f_{cm} jest H i w_1 jest L i w_2 jest M, to ryzyko jest M |
| 17 | Jeśli f_{cm} jest H i w_1 jest M i w_2 jest M, to ryzyko jest M |
| 18 | Jeśli f_{cm} jest H i w_1 jest H i w_2 jest M, to ryzyko jest M |
| 19 | Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest L i w_2 jest H, to ryzyko jest H |
| 20 | Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest M i w_2 jest H, to ryzyko jest H |
| 21 | Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest H i w_2 jest H, to ryzyko jest H |
| 22 | Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest L i w_2 jest H, to ryzyko jest H |
| 23 | Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest M i w_2 jest H, to ryzyko jest H |
| 24 | Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest H i w_2 jest H, to ryzyko jest H |
| 25 | Jeśli f_{cm} jest H i w_1 jest L i w_2 jest H, to ryzyko jest H |
| 26 | Jeśli f_{cm} jest H i w_1 jest M i w_2 jest H, to ryzyko jest H |
| 27 | Jeśli f_{cm} jest H i w_1 jest M i w_2 jest H, to ryzyko jest H |

Table 2

RULE BASE FOR RISK ANALYSIS

| Rule number | Description of rule |
|-------------|---|
| 1 | If f_{cm} is L and w_1 is L and w_2 is L that risk is M |
| 2 | If f_{cm} is L and w_1 is M and w_2 is L that risk is M |
| 3 | If f_{cm} is L and w_1 is H and w_2 is L that risk is M |
| 4 | If f_{cm} is M and w_1 is L and w_2 is L that risk is L |
| 5 | If f_{cm} is M and w_1 is M and w_2 is L that risk is L |
| 6 | If f_{cm} is M and w_1 is H and w_2 is L that risk is L |
| 7 | If f_{cm} is H and w_1 is L and w_2 is L that risk is L |
| 8 | If f_{cm} is H and w_1 is M and w_2 is L that risk is L |
| 9 | If f_{cm} is H and w_1 is H and w_2 is L that risk is L |
| 10 | If f_{cm} is L and w_1 is L and w_2 is M that risk is H |
| 11 | If f_{cm} is L and w_1 is M and w_2 is M that risk is H |
| 12 | If f_{cm} is L and w_1 is H and w_2 is M that risk is H |
| 13 | If f_{cm} is M and w_1 is L and w_2 is M that risk is M |
| 14 | If f_{cm} is M and w_1 is M and w_2 is M that risk is M |
| 15 | If f_{cm} is M and w_1 is H and w_2 is M that risk is H |
| 16 | If f_{cm} is H and w_1 is L and w_2 is M that risk is M |
| 17 | If f_{cm} is H and w_1 is M and w_2 is M that risk o is M |
| 18 | If f_{cm} is H and w_1 is H and w_2 is M that risk is M |
| 19 | If f_{cm} is L and w_1 is L and w_2 is H that risk is H |
| 20 | If f_{cm} is L and w_1 is M and w_2 is H that risk is H |
| 21 | If f_{cm} is L and w_1 is H and w_2 is H that risk is H |
| 22 | If f_{cm} is M and w_1 is L and w_2 is H that risk is H |
| 23 | If f_{cm} is M and w_1 is M and w_2 is H that risk is H |
| 24 | If f_{cm} is M and w_1 is H and w_2 is H that risk is H |
| 25 | If f_{cm} is H and w_1 is L and w_2 is H that risk is H |
| 26 | If f_{cm} is H and w_1 is M and w_2 is H that risk is H |
| 27 | If f_{cm} is H and w_1 is M and w_2 is H that risk is H |



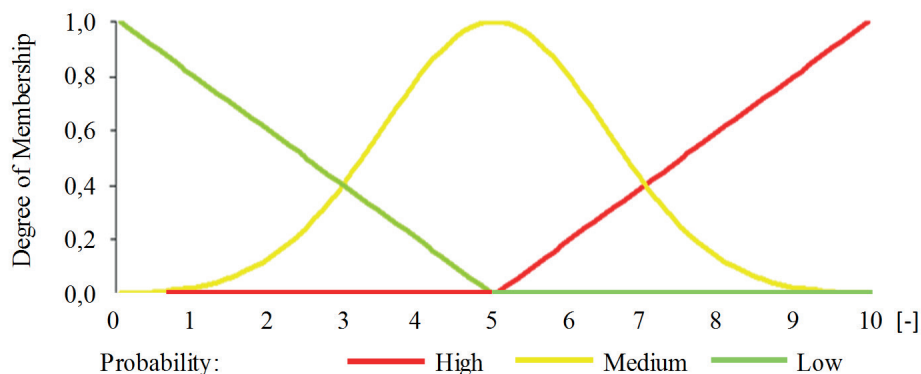
Rys. 4. Funkcja przynależności średniej wadliwości, podczas kontroli zgodności

Fig. 4. Membership function of average defectiveness during conformity control

Zmienne te zostały opisane funkcjami przynależności, których przebieg przedstawiono na rysunku 6. Do opisu ryzyka przyjęto funkcje Triangular oraz Gamma – rysunek 6. W celu przeprowadzenia procesu wnioskowania, zdefiniowano zasady reguł. Proces ten przeprowadzono na podstawie znajomości eksperckiego oraz dostępnej literatury (6-10). Przyjęto podstawę reguł, którą przedstawiono w tablicy 2.

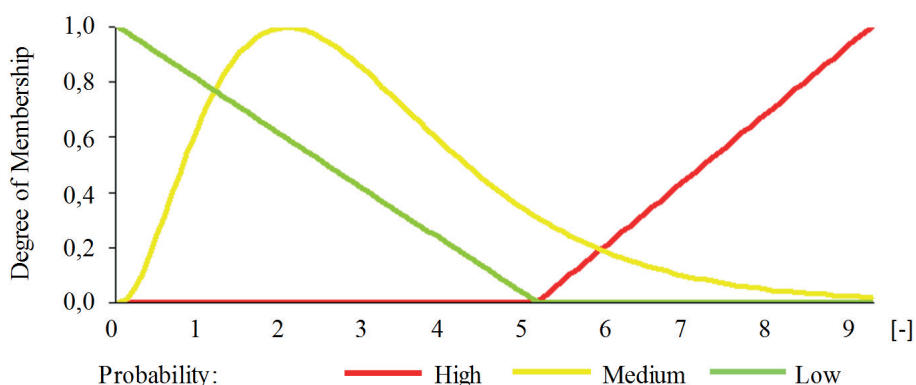
The obtained graphs of marginal distribution probability functions - marginal distribution parameters are the basis for determining the membership functions of the typical test for specific concrete classes [Fig. 2]. These functions were assigned subjectively.

Having the membership functions for different values of the average compressive strength of concrete, it is possible to determine the



Rys. 5. Funkcja przynależności średniej wadliwości, po kontroli zgodności

Fig. 5. Membership function of average defectiveness after conformity control



Rys. 6. Funkcje przynależności ryzyka, w kontroli jakości betonu

Fig. 6. Membership function of risk in the quality control of concrete

W celu wykonania działań implikacji przesłanek poszczególnych reguł, wykorzystano operator T-normy, w postaci iloczynu algebraicznego. Kolejny krok to proces agregacji reguł, który polegał na połączeniu reguł o tej samej konkluzji tj. w analizowanym przypadku odpowiedniego poziomu ryzyka - małe, średnie, duże. Reguły łączone zostały za pomocą spójnika lub, stąd otrzymano trzy grupy reguł postaci:

Ryzyko małe:

| |
|---|
| Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest L i w_2 jest L, to ryzyko jest L |
| Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest M i w_2 jest L, to ryzyko jest L |
| Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest H i w_2 jest L, to ryzyko jest L |
| Jeśli f_{cm} jest H i w_1 jest L i w_2 jest L, to ryzyko jest L |
| Jeśli f_{cm} jest H i w_1 jest M i w_2 jest L, to ryzyko jest L |
| Jeśli f_{cm} jest H i w_1 jest H i w_2 jest L, to ryzyko jest L |

Ryzyko średnie:

| |
|---|
| Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest L i w_2 jest L, to ryzyko jest M |
| Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest M i w_2 jest L, to ryzyko jest M |
| Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest H i w_2 jest L, to ryzyko jest M |
| Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest L i w_2 jest M, to ryzyko jest M |
| Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest M i w_2 jest M, to ryzyko jest M |
| Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest H i w_2 jest M, to ryzyko jest M |

degree of belonging of the considered batch of concrete to different quality levels identified with the probability of its occurrence: low, medium, high. This decision can be more or less cautious, depending on its impact on the risk associated with the concrete quality assessment of the product and the requirements to ensure safety and economy.

The membership functions for the average compressive strength of concrete were based on histograms of the boundary distributions for the concrete class C20/25 and neighbouring classes. Triangular-type functions were used to describe the average compressive strength of concrete [Fig. 3].

On the other hand, fuzzy functions for the defectiveness during compliance check and after the check were defined following the areas of defectiveness proposed by Taerwe (21,22): uneconomical, controlled and dangerous, separated by 5% acceptable defectiveness and 10% disqualifying defectiveness. In this paper, qualitative variables were adopted:

- for defectiveness during conformity control, the probability of their occurrence defined as low, medium, high was assumed,
- for the defectiveness after conformity control, the consequences of their occurrence defined as low, medium, high were assumed.

| |
|---|
| Jeśli f_{cm} jest H i w_1 jest M i w_2 jest M, to ryzyko jest M |
| Jeśli f_{cm} jest H i w_1 jest H i w_2 jest M, to ryzyko jest M |

Ryzyko duże:

| |
|---|
| Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest L i w_2 jest M, to ryzyko jest H |
| Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest M i w_2 jest M, to ryzyko jest H |
| Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest H i w_2 jest M, to ryzyko jest H |
| Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest H i w_2 jest M, to ryzyko jest H |
| Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest L i w_2 jest H, to ryzyko jest H |
| Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest M i w_2 jest H, to ryzyko jest H |
| Jeśli f_{cm} jest L i w_1 jest H i w_2 jest H, to ryzyko jest H |
| Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest L i w_2 jest H, to ryzyko jest H |
| Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest M i w_2 jest H, to ryzyko jest H |
| Jeśli f_{cm} jest M i w_1 jest H i w_2 jest H, to ryzyko jest H |
| Jeśli f_{cm} jest H i w_1 jest L i w_2 jest H, to ryzyko jest H |
| Jeśli f_{cm} jest H i w_1 jest M i w_2 jest H, to ryzyko jest H |
| Jeśli f_{cm} jest H i w_1 jest H i w_2 jest H, to ryzyko jest H |

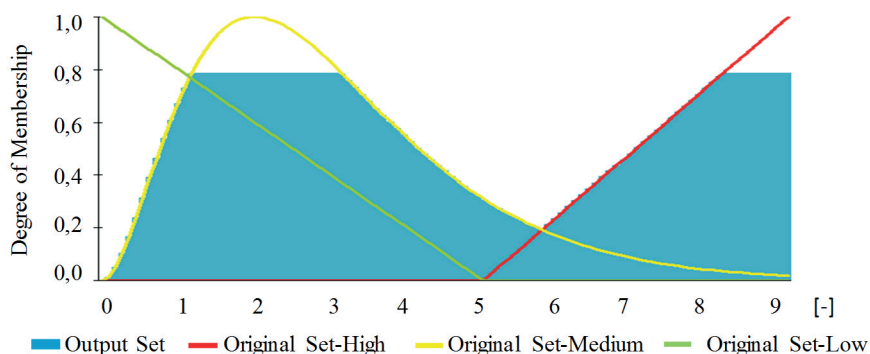
Wnioskowanie rozmyte wymaga określenia stopnia przynależności poszczególnych przesłanek. Im większy stopień spełnienia przesłanki – większy stopień przynależności, tym większy jest udział danej reguły, w wyznaczeniu końcowego wniosku, na podstawie zbioru reguł. W celu wykonania działania, w każdej grupie reguł spójnik lub przynależność, zastąpiono operatorem S-normy, typu max. Na tym etapie, ryzyko związane z oceną jakości produkowanego betonu towarowego, ma właściwość rozmytą – jakościową - rys. 7.

Aby uzyskać ryzyko ilościowe, należy przeprowadzić proces wielkości stałych – zamiana wartości rozmytych, w wartość zdefiniowaną. Transformację zbioru rozmytego przeprowadzono metodą singeltonów, zgodnie z formułą [10]:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^3 r_m \cdot \mu(R)}{\sum_{i=1}^3 \mu(R)} \quad (10)$$

gdzie:

r_m – wartość ryzyka każdego poziomu, przyjęta jako wartość środkowa przedziału, według rys. 5 i 6, $\mu(R)$ – wartość funkcji przynależności, poszczególnych reguł.



Rys. 7. Wyjściowy zestaw ryzyka

Fig. 7. Output set of risk

Triangular, trapezoidal, and Gaussian-type functions were adopted to describe the defectiveness during and after conformity control - Figs. 4 and 5.

The value of risk associated with the quality assessment of ready-mixed concrete is presented as a three-element set whose elements are fuzzy subsets described by linguistic variables: R = low, medium, high.

These variables were described by membership functions, the types of which are presented in Figure 6. Triangular and Gamma-type functions were adopted to describe the risk [Fig. 6]. To perform the inference process, a rule base was defined. This process was carried out on expert knowledge and available literature (6-10). The following rule base was adopted, which is shown in the table 2.

The T-norm operator in the form of algebraic product was used to perform implication operations of the premises of the individual rules. The next step is the process of aggregation of rules, which consisted of combining the rules of the same conclusion, i.e. in the analysed case of appropriate level of risk [high, medium, low]. Rules were combined using the conjunction, or hence three groups of rules were obtained in the form:

Low risk:

| |
|---|
| If f_{cm} is M and w_1 is L and w_2 is L that risk is L |
| If f_{cm} is M and w_1 is M and w_2 is L that risk is L |
| If f_{cm} is M and w_1 is H and w_2 is L that risk is L |
| If f_{cm} is H and w_1 is L and w_2 is L that risk is L |
| If f_{cm} is H and w_1 is M and w_2 is L that risk is L |
| If f_{cm} is H and w_1 is H and w_2 is L that risk is L |

Medium risk:

| |
|---|
| If f_{cm} is L and w_1 is L and w_2 is L that risk is M |
| If f_{cm} is L and w_1 is M and w_2 is L that risk is M |
| If f_{cm} is L and w_1 is H and w_2 is L that risk is M |
| If f_{cm} is M and w_1 is L and w_2 is M that risk is M |
| If f_{cm} is M and w_1 is M and w_2 is M that risk is M |
| If f_{cm} is H and w_1 is L and w_2 is M that risk is M |
| If f_{cm} is H and w_1 is M and w_2 is M that risk o is M |
| If f_{cm} is H and w_1 is H and w_2 is M that risk is M |

Dla rozważanego przypadku, wartość wyjściowa modelu, będąca wartością ryzyka, związanego z oceną jakości produkowanego betonu towarowego, w zależności od metody wyostrzania wyniosła odpowiednio: średnia 4,50, średnia z maksimum 4,09; środkowa 4,55.

Zgodnie z tabelicą 1 oszacowane ryzyko, ocenić można jako duże. Weryfikując wytrzymałość betonu na ściskanie, na podstawie próbki o liczebności $n = 3$, przy otrzymanym wyniku wartości średniej 28 MPa i wadliwości przed i po kontroli, zdefiniowanej na poziomie średnim. Ryzyko dotyczące prawidłowej oceny jakości produkowanego betonu, zgodnie z opracowaną matrycą – tablica 1, jest średnie. Zaproponowany algorytm oceny ryzyka, ma właściwości adaptacyjne, dane wejściowe można wprowadzić w postaci zmiennych ilościowych, jakościowych lub mieszanych, tak jak to zrobiono w analizowanym przykładzie.

5. Wnioski

Niepewności związane z oceną i klasyfikacją wytrzymałości betonu oraz próby zastosowania rozmytych miar bezpieczeństwa, w projektowaniu i analizie konstrukcji oraz wady i niedostatki statystycznych kryteriów oceny zgodności. Są powodem formułowania nowych metod klasyfikacji wytwarzanego betonu, jak i szacowania ryzyka, dotyczącego oceny jakości tego betonu.

Do kompletnej analizy i oceny ryzyka związanego z produkcją betonu towarowego, wymagany jest obszerny zbiór różnorodnych danych, dotyczących mieszanki betonowej oraz stwardniałego betonu, a przede wszystkim danych dotyczących procesu produkcji. Jeżeli nie jest możliwe uzyskanie dokładnych i pełnych danych statystycznych, potrzebne dane można otrzymać od ekspertów, którzy na podstawie swojej wiedzy, doświadczenia i danych literaturowych, ocenią wartości poszczególnych parametrów wejściowych i wyjściowych, w tym przypadku: średniej wytrzymałości betonu na ściskanie, wadliwości przed i po kontroli zgodności oraz ryzyka. Uzyskane wyniki mogą stanowić zbiór ocen subiektywnych, które stanowią podstawę, do rozmytego modelowania ryzyka.

Teoria zbiorów rozmytych umożliwia analizę ryzyka w języku naturalnym, na podstawie doświadczenia ekspertów. Rozmyte modelowanie ryzyka, umożliwia zastosowanie adaptacyjnej techniki doboru parametrów i może być łączone z konwencjonalnymi metodami analizy ryzyka, np. metodami matrycowymi.

Należy podkreślić, że zbiory rozmyte, umożliwiają uwzględnienie przeciwstawnych wymagań bezpieczeństwa, jakości i ekonomii. Uwzględnienie tych wymagań jest możliwe, przez ustalenie odpowiedniego stopnia przynależności, dla poszczególnych liczb rozmytych, w odniesieniu do rozważanych parametrów jakości, lub ryzyka.

High risk:

| |
|---|
| If f_{cm} is L and w_1 is L and w_2 is M that risk is H |
| If f_{cm} is L and w_1 is M and w_2 is M that risk is H |
| If f_{cm} is L and w_1 is H and w_2 is M that risk is H |
| If f_{cm} is M and w_1 is H and w_2 is M that risk is H |
| If f_{cm} is L and w_1 is L and w_2 is H that risk is H |
| If f_{cm} is L and w_1 is M and w_2 is H that risk is H |
| If f_{cm} is L and w_1 is H and w_2 is H that risk is H |
| If f_{cm} is M and w_1 is L and w_2 is H that risk is H |
| If f_{cm} is M and w_1 is M and w_2 is H that risk is H |
| If f_{cm} is M and w_1 is H and w_2 is H that risk is H |
| If f_{cm} is H and w_1 is L and w_2 is H that risk is H |
| If f_{cm} is H and w_1 is M and w_2 is H that risk is H |
| If f_{cm} is H and w_1 is M and w_2 is H that risk is H |

Fuzzy inference requires determination of the degree of membership of individual premises. The higher the degree of premise fulfillment (higher degree of membership), the higher the participation of a given rule in determination of the final conclusion based on the rule base. In order to perform the operation in each group of rules, the conjunction or was replaced by the S-norm operator of the max type. At this stage, the risk associated with the assessment of the quality of ready-mixed concrete produced has a fuzzy qualitative property (Fig. 7).

To obtain the risk in a quantitative form, a sharpening process (converting fuzzy values into a determined value) must be performed. The transformation of the fuzzy set was performed using the singleton method according to the formula (10):

$$R = \frac{\sum_{i=1}^3 r_m \cdot \mu(R)}{\sum_{i=1}^3 \mu(R)} \quad (10)$$

where:

r_m – risk value of each level, taken as the middle value of the range according to Figures 5 and 6,

$\mu(R)$ – the value of the membership function of each rule.

For the considered case, the output value of the model, which is the value of the risk associated with the assessment of the prepared concrete quality of the produced depending on the sharpening method, was respectively: average 4.50, average of maximum 4.09; centroid 4.55.

According to Table 1, the estimated risk can be assessed as medium. Verifying the compressive strength of the concrete on the basis of the sample of $n = 3$, with the result obtained of the average value of 28 MPa and the defectiveness during and after the conformity control defined at the medium level. The risk concerning the correct assessment of the quality of the produced concrete according to the developed matrix - Table 1 is medium. The proposed risk assessment algorithm is adaptive, the input data can be introduced in the form of quantitative, qualitative, or mixed variables, as was done in the analysed example.

Literatura / References

1. EN 206:2013+A1:2016: Concrete - Requirements, properties, production and conformity.
2. L. Czarnecki (ed.), Beton według normy PN-EN 206-1 - komentarz. Polski Cement, Kraków 2004.
3. D. Breysse, X. Romão, M. Alwash, Z.M. Sbartai, V.A.M. Luprano, Risk evaluation on concrete strength assessment with NDT technique and conditional coring approach. *J. Build. Eng.* **32**, 101541 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2020.101541>
4. M. Mohamed, D.Q. Tran, Risk-based inspection for concrete pavement construction using fuzzy sets and bayesian networks. *Automat. Constr.* **128**, 103761 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2021.103761>
5. L. Sun, W. Gu, Pavement condition assessment using fuzzy logic theory and analytic hierarchy process. *J. Transp. Eng.* **137**, 648 – 655 (2011). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)te.1943-5436.0000239](https://doi.org/10.1061/(asce)te.1943-5436.0000239).
6. I. Skrzypczak, Analysis of concrete quality assessment criteria and their impact on the manufacturer's and recipient's risk. *Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów*, 2013 (in Polish).
7. Sz. Woliński, Ryzyko w projektowaniu konstrukcji z betonu, *ZNPG*, **59**, 55-61 (2006).
8. Sz. Woliński, Conformity control of concrete strength based on the risk assessment. *ZN PRz*, **53**, 163-169 (2009).
9. Sz. Woliński, Ocena jakości betonu metodami normowymi i według logiki rozmytej. *Dni Betonu 2006*, 1121-1131 (2006).
10. Q. Mascarenhas Guedes, L. Gopfert, Study of the risks related to conformity criteria by CEB for important lots of concrete. *Mater. Struct.* **16**, 269-273 (1983). <https://doi.org/10.1007/BF02473692>
11. S. Tesfamariam, H. Najjaran, Adaptive network-fuzzy inferencing to estimate concrete strength using mix design. *NRCC-49681*, <http://irc.nrc-cnrcqc.ca>
12. B. Möller, M. Beer, *Fuzzy Randomness Uncertainty in Civil Engineering and Computational Mechanics*. Springer, Berlin, 2004.
13. M. Neshat, A. Adeli, G. Sepidnam, M. Sargolzaei, Comparative study on fuzzy inference system for prediction of concrete compressive strength, *Int. J. Phys. Sci.* **7**(3), 440-456 (2012). <https://doi.org/10.5897/IJPS11.967>
14. L. Zadeh, Fuzzy sets. *Inform. Contr.*, **8**, 338-353 (1965). [https://doi.org/10.1016/S0019-9958\(65\)90241-X](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X)
15. L. Czarnecki, H. Justnes, Sustainable & durable concrete. *Cem. Wapno Beton.* **17**(6), 341 – 360 (2012).
16. D. Straub, M.H. Faber, Risk based inspection planning for structural systems. *Struct. Saf.* **27** 335 – 355 (2005). <https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2005.04.001>.
17. S.S. Leu, C.M. Chang, Bayesian-network-based safety risk assessment for steel construction projects. *Accid. Anal. Prev.* **54** 122 – 133 (2013). <https://doi.org/10.1016/j.aap.2013.02.019>.
18. R. Yager, D. Filev, *Fundamentals of fuzzy modeling and control*. WNT, Warszawa, 1995 (in Polish).
19. J. Ozolos, A. Borisov, Fuzzy classification based on pattern projections analysis. *Pattern Recog.* **34**, 763-781 (2001). [https://doi.org/10.1016/S0031-3203\(00\)00029-7](https://doi.org/10.1016/S0031-3203(00)00029-7)
20. L. Brunarski, Podstawy matematyczne kształtowania kryteriów zgodności wytrzymałości materiałów. *Prace naukowe ITB, WITB, Warszawa*, 2009 (in Polish).

5. Conclusions

Uncertainties associated with the evaluation and classification of concrete strength and attempts to apply fuzzy safety measures in structural design and analysis, as well as the drawbacks and shortcomings of statistical conformity assessment criteria, are the reasons for formulating new procedures for the classification of the ready-mix concrete production.

For a complete analysis and risk assessment of ready-mix concrete production, a comprehensive database of various data on the concrete mix and hardened concrete, and most importantly, data on the production process is required.

If it is not possible to obtain accurate and complete statistical data, the needed data can be obtained from experts who, based on their knowledge, experience and literature, will evaluate the values of individual input and output parameters. In this case: average compressive strength of concrete, defectiveness during and after conformity control, and risk. The data obtained can form the basis of subjective evaluations, which will be the basis for fuzzy risk modeling. Fuzzy set theory enables natural language risk analysis based on expert experience. Fuzzy risk modeling enables an adaptive parameter selection technique and can be combined with conventional risk analysis methods such as matrix methods.

It should be emphasized that fuzzy sets make it possible to take into account the opposing requirements of safety, quality, and economy. Taking these requirements into account is possible by determining the appropriate degree of membership for individual fuzzy numbers with respect to the considered quality or risk parameters.

21. L. Taerwe, Evaluation of compound compliance criteria for concrete strength. *Mater. Struct.* **21**, 13-20 (1988). <https://doi.org/10.1007/BF02472524>
22. L. Taerwe, The influence of autocorrelation on OC-lines of compliance criteria for concrete strength. *Mater. Struct.* **20**, 418-427 (1987). <https://doi.org/10.1007/BF02472492>
23. I. Skrzypczak, W. Kokoszka, I. Zięba, A. Leśniak, D. Bajno, Ł. Bednarz, A Proposal of a Method for Ready-Mixed Concrete Quality Assessment Based on Statistical-Fuzzy Approach. *Materials* **13**(24), 5674 (2020). <https://doi.org/10.3390/ma13245674>