

Metoda projektowania stosu okruszowego w betonie samozagęszczającym się z wykorzystaniem regresji segmentowej

The method of aggregate skeleton in self compacting concrete designing with segment regression

1. Wprowadzenie

Dynamiczny rozwój technologii betonów samozagęszczających się na świecie oraz w Polsce wynika z bardzo korzystnych właściwości mieszanki betonowej, które czynią go wprost niezastąpionym w wielu konstrukcjach, szczególnie inżynierskich. Wystarczy przypomnieć zdolność „płynięcia” mieszanki i zagęszczania się pod wpływem siły ciężkości, a więc szczelnego wypełniania form bez segregacji składników oraz samoczynnego odpowietrzania. W związku z tym beton samozagęszczający się jest doskonałym tworzywem do wykonywania konstrukcji betonowych o skomplikowanych kształtach, ze zbrojeniem o dużej gęstości, w tym także budowli podwodnych (14). Po wbudowaniu mieszanka samoczynnie się wyrównuje, bez konieczności wibracji i z tego względu można ją nazwać „samopoziomującą”.

Od opracowanie tego betonu przez Okamura i Ozawę (24) liczne prace pozwoliły na poznanie właściwości tego betonu, a przede wszystkim mieszanki betonowej, które zapewniają jej specyficzne właściwości i pozwoliły na opracowanie norm do ich badania (1, 3-6, 10, 14, 16, 19, 23, 25, 26, 29, 30). Potrzeba było na to stosunkowo długiego czasu, jeżeli weźmiemy pod uwagę pierwsze zastosowania tego betonu, na przykład do budowy prowadzącego przez Tokio „Trans Tokio Bay Bridge” w roku 1988, bowiem seria norm PN-EN 12350 została wprowadzona w roku 2010.

Pierwszą metodę projektowania betonu samozagęszczającego się opracowali Okamura i Ozawa (24) i jest ona do tego czasu wykorzystywana przez licznych autorów (13, 20, 22, 27). „Płynięcie” mieszanki betonowej zależy przede wszystkim od zawartości kruszywa grubego, które decyduje o sile tarcia z pozostałymi składnikami mieszanki, zwiększając opory przepływu i zmniejszając jego szybkość. W związku z tym mieszanka samozagęszczająca się ma mniejszą zawartość kruszywa grubego, a także ma ono mniejszą średnicę, nie przekraczającą 16 mm, a często nawet 12 mm. Natomiast mieszanka zawiera więcej zaprawy i ma znacznie większy punkt piaskowy. W tym celu Okamura i Ozawa (24) wprowadzili współczynnik woda/pył, który ma wartość 1. Stosunek

1. Introduction

The dynamic development of the self compacting concrete (SCC) technology in Poland and in the world as well, is linked with very advantageous properties of concrete mix, which make it almost irreplaceable in many constructions, particularly in structural engineering. It is sufficient to remind the capability of flow and compact under the gravity force, thus to fill all space within the formwork without segregation of components and expel entrapped air. SCC is an excellent material for the constructions of complicated shape, with closely spaced reinforcement, including the underwater structures (13). Additionally, the self-levelling of the mixture is occurring after placing and without vibration.

From the elaboration of this concrete technology by Okamura and Ozawa (24) numerous experimental works caused the development of the knowledge of properties of this concrete, especially of concrete mix with specific behaviour and give the possibility to elaborate the standards of their examination (1, 3-6, 10, 14, 16, 19, 23, 25, 26, 29, 30). It needed a relatively long time, if we take into attention that one of the first application of this concrete was in 1988 year in Tokio – „Trans Tokio Bay Bridge” and the series of EN 12350 standard was introduced in 2010.

The first method of self compacting concrete designing was elaborated by Okamura and Ozawa (24) and it is used till now by numerous authors (13, 20, 22, 27). The “flow” of concrete mix depends first of all of coarse aggregate content, which has decisive influence on friction force with remaining components of the mix, increasing the flow resistance and decreasing its rate. In relation to this the self compacting mix has lower content of coarse aggregate and also lower maximum diameter, not exceeding 16 mm, and frequently even 12 mm. There are also works showing the usefulness of coarse aggregate not exceeding 8 mm use (13). However, the mix is containing more mortar and much higher sand ratio. In this aim Okamura and Ozawa (24) introduced the water/ dust coefficient, which is equal to 1. The mass ratio of coarse aggregate to the fine and to cement matrix should be [in percent] 50:20:30 (26).

masowy kruszywa grubego do drobnego i do matrycy cementowej powinien wynosić w procentach: 50:20:30 (26).

De Larrard (7, 8, 31) rozwinął naukową metodę projektowania składu mieszanki betonowej, którą opublikował razem z Sedranem (31) w roku 1994, a w Polsce omówił ją na Konferencji „Dni Betonu” w roku 2004 (8). Warty odnotowania jest metoda Peterssona i in. (28), w której ilość zaczynu dobiera się przy wykorzystaniu jego właściwości reologicznych. Interesująca jest także metoda Ferrarisa i in. (10), jak również niemiecka Grubego i Rickerta (12), a także Billberga (2) i Vana z Montgomerym (36). Grube i Rickert (12) podają zalecany przez siebie udział zaczynu, który powinien wynosić 40% natomiast piasek 25%, a kruszywo grube 35%. Wydaje się, że pomimo uwzględniania różnego rodzaju dodatków mineralnych, w tym pyłów krzemionkowych, metoda Sedrana i de Larrarda (7, 31) jest stosunkowo mało stosowana. Najbardziej popularna jest w dalszym ciągu metoda Okamury i Ozawy (24). Dodatkowo Spanka i in. (34) uwzględnili szerzej w projektowaniu udział frakcji pylastej, obok cementu, w mieszance betonu samozagęszczającego się. Venkateswara Rao i in. (39) zaproponowali bardzo prostą metodę projektowania mieszanki betonowej i sprawdzili ją doświadczalnie, nie jest ona jak dotychczas stosowana przez innych autorów. Jest szereg prac na temat projektowania mieszank betonu samozagęszczającego się (2, 7, 8, 13, 20, 22, 27, 35).

Mieszanka betonu samozagęszczającego się powinna wykazywać dużą lepkość plastyczną i małą granicę płynięcia. Właściwości te zapewnia duża zawartość frakcji pylastych i mały stosunek w/c, który jest możliwy w wyniku stosowania superplastyfikatorów, głównie polikarboksylianowych. Duża lepkość plastyczna jest ważnym czynnikiem zapobiegającym tendencji do segregacji składników betonu samozagęszczającego się.

W niniejszej pracy przedstawiono metodę projektowania stosu okruchowego kruszywa grubego przy zastosowaniu regresji segmentowej. Metoda ta nie była dotąd stosowana do projektowania składu ziarnowego kruszywa grubego, aczkolwiek ma szereg zalet i w związku z tym warto było ją wykorzystać do ustalenia składu kruszywa w betonie samozagęszczającym się. Stanowi ona pierwszy etap badań i jej przydatność zostanie sprawdzona doświadczalnie, co będzie dalszym rozwinięciem pracy badawczej.

Założono, że projektowany beton samozagęszczający się będzie zawierał piasek, jako kruszywo drobne, oraz dwie frakcje żwiru 2/8 mm i 8/16 mm jako kruszywo grube, natomiast w celu zwiększenia frakcji pylastej będzie stosowana mączka wapienna. Ta ostatnia wykazała korzystny wpływ na właściwości mieszanki betonowej (13).

2. Metoda projektowania stosu okruchowego kruszywa w betonie samozagęszczającym się z wykorzystaniem regresji segmentowej

Modelowanie matematyczne lub statystyczne zjawisk i procesów zachodzących w przyrodzie czy w technice składa się z kilku

De Larrard (7, 8, 31) has developed the scientific method of designing the SCC mix, which he published together with Sedran (31) in 1994, and in Poland he presented it during the Conference „Concrete Days” in 2004 (8). There are also other methods which are worthy to mention, for example Petersson's (28) approach in which cement paste share choice in concrete is based on rheological properties. Ferraris et al. (10) method is interesting one, also Grube and Rickert (12), Billber (2), Van and Montgomery (36) should be included. Grube and Rickert (12) give, according to them, the best composition of SCC should be the following: cement paste 40%, sand 25% and coarse aggregate 35%. As from this composition is seen it is very far from Okamura and Ozawa method. Further more the dust content, particularly silica fume, Sedran and de Larrard method is relatively not very popular. The most frequently used is the method of Okamura and Ozawa (24). Additionally Spanka et al. (34) have paid more attention in designing to dust fraction, apart from cement. Venkateswara Rao and Kumar (39) have proposed very simple method for SCC mix design and verified it experimentally, however, it is not used as yet. It can be concluded that there are several works concerning SCC mix designing ((2, 7, 8, 13, 20, 22, 27, 35).

SCC mix should have high plastic viscosity and low shear stress value. These properties are fulfilled by high content of dust fraction and low w/c ratio, which is assured by superplasticizers use, chiefly carboxylic. The high plastic viscosity is an important factor assuring the preventing of mix segregation tendency.

In this work the method of aggregate skeleton with segmentary regression application is presented. This method was not applied until now for aggregate skeleton designing, independently of several advantages and it was interesting to apply it for establish aggregate grading in SCC. It is the first part of this work and its applicability will be experimentally verified in second part of the study.

It was admitted that the designed SCC will contain sand as fine aggregate and two fractions of gravel 2/8 and 8/16 mm as coarse aggregate and in order to increase the dust fraction content the limestone meal will be used. This meal was showing advantageous effect on the properties of SCC mix (34).

2. The method of aggregate skeleton designing of SCC with segment regression

The modelling of phenomena and processes occurring in nature by the specialized mathematic - statistical tools is performed through some principal steps [Hozer (15)]. The most important are as follows:

- a) experimental studies in order to measure the studied values in chosen conditions,
- b) construction of the model visualizing the changes of dependent variable on the background of independent variable or variables,
- c) estimation of the model parameters,

etapów [Hozer (15)], którymi są między innymi:

- doświadczenie przeprowadzone w celu pomiaru badanych wielkości w założonych warunkach,
- sporządzenie modelu zmian wartości zmiennej zależnej od wartości zmiennej lub zmiennych, niezależnych,
- estymacja parametrów modelu,
- sprawdzenie modelu.

2.1. Model statystyczny doboru stosu okruszowego kruszywa w betonie samozagęszczającym się

Doświadczenie polegające na poszukiwaniu związku pomiędzy gęstością stosu okruszowego kruszywa mineralnego zastosowanego do produkcji betonu samozagęszczającego się a jego masą jest pierwszym etapem sporządzania statystycznego modelu doboru frakcji ziarnowych kruszywa. W przeprowadzonych badaniach zastosowano kryterium największej gęstości stosu okruszowego, każdej z dobranych mieszanin frakcji ziarnowych kruszywa. Związek gęstości stosu okruszowego kruszywa i jego masy tworzącej stos okruszowy jest nieliniowy [Stanisz (35)].

Estymację parametrów nieliniowych modeli regresji badanych zależności wykonuje się przy użyciu algorytmów iteracyjnych stosowanych w bardziej ogólnych metodach regresji [Devore (9)]. Algorytmy iteracyjne minimalizują na przykład kwadratową funkcję straty [Wald (36)], którą definiuje się w postaci:

$$L = \sum_{i=1}^n \left(y_i - \hat{y}_{it} \right)^2 \quad [1]$$

gdzie: y_i są znalezionymi doświadczalnie wartościami zmiennej objaśnianej (gęstości stosu okruszowego kruszywa) w i -tej obserwacji, \hat{y}_{it} modelowymi wartościami zmiennej objaśnianej dla i -tej obserwacji, n liczbą obserwacji.

Estymatory modelu statystycznego związku zmiennej objaśnianej i zmiennej objaśniającej nazywa się estymatorami najmniejszych kwadratów wówczas, gdy funkcja straty osiąga minimalną wartość. Obliczenia estymatorów modelu nieliniowego oraz wartości progowych wykonuje się za pomocą specjalnego oprogramowania komputerowego [Statsfort (34)]

Jak wyżej wspomniano związek między gęstością stosu okruszowego kruszywa i jego masą jest nieliniowy [Stanisz (33)]. Ponadto nie są teoretycznie wyjaśnione przyczyny nieliniowości tej zależności. Dlatego analityczną postać funkcji regresji, opisującej zależność gęstości stosu okruszowego od masy kruszywa w stosie okruszowym w poszukiwanym modelu statystycznym przyjęto na podstawie rozrzutu wyników pomiarów. Zbiór wyników pomiarów uzyskanych doświadczalnie i obliczeń wykonanych na podstawie przyjętego modelu jest przedstawiony na rysunku 1. Są na nim widoczne „smugi punktów” w trzech zakresach wartości gęstości badanego stosu okruszowego kruszywa. Liczbowe wyniki doświadczalne i obliczone na podstawie modelu zależności największej gęstości stosu okruszowego kruszywa od całkowitej jego masy są zebrane w tabelicy 1.

d) verification of the model.

2.1. Statistical model of aggregate skeleton in self compacting concrete

In the case of relation searching between the aggregate skeleton density, used for the SCC production, and its mass, is the first stage of the statistical model identification for adjustment of aggregate grading. In this study the criterion of the maximum density of aggregate skeleton, for each of selected grain fraction mixture, was chosen. The relation of the aggregate skeleton density and its mass is a nonlinear function [Stanisz (33)].

Estimation of nonlinear regression parameters of investigated relations was conducted with the use of iterative algorithms applied in more general regression methods [Devore (9)]. The iterative algorithms for example square loss function are minimizing [Wald (36)], which is defining as follows:

$$L = \sum_{i=1}^n \left(y_i - \hat{y}_{it} \right)^2 \quad [1]$$

where: y_i – are fund experimentally values of defined variable [density of aggregate skeleton] in i -observation, \hat{y}_{it} model values of explanation variable for i -observation, n observation number.

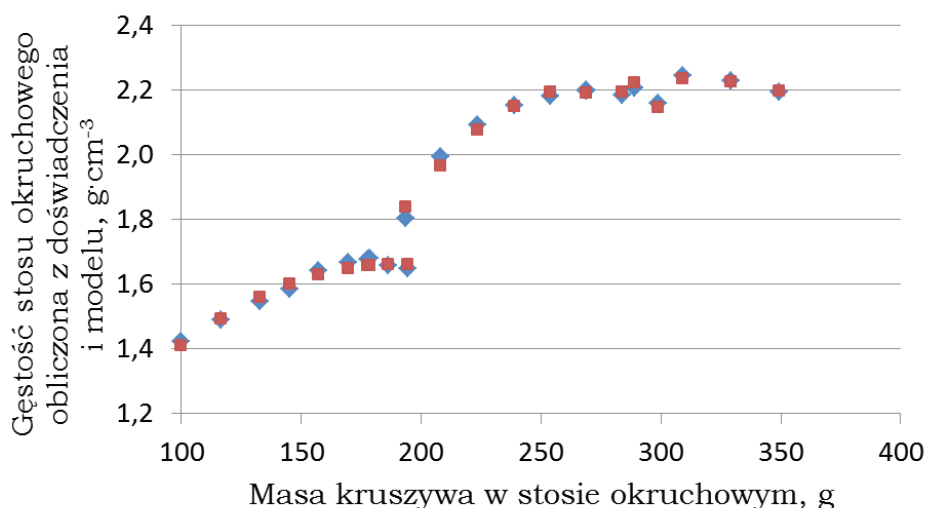
The estimators of statistical model of the relation of explaining variable and explanatory variable is called the estimators of the lowest squares if the loss function shows minimum. The calculation of nonlinear model estimators and the threshold values can be done with special software program [Statsfort (34)].

As aforementioned the relation between the aggregate skeleton density and its mass is nonlinear [Stanisz (33)]. Additionally the nonlinearity of this relation is not theoretically explained. For this reason the analytical form of regression function, describing the relation of aggregate skeleton density form aggregate mass in the searched statistical model, was adopted on the basis of measurement results dispersion.

In Fig. 1 the ensample of experimental measurement results and calculations according to the adopted model is shown. On this figure there are three sets of points in three ranges of density of examined aggregate skeleton. The numerical experimental results and calculated on the basis of model relation of aggregate skeleton of the highest density from its total mass are collected in Table 1.

On the basis of the results presented in Fig. 1 it can be concluded that in three ranges of aggregate mass quantity, forming the skeleton, the relation of skeleton density from aggregate mass is nonlinear and shows extremum [maximum]. Therefore it can be circumscribed as square trinomial with negative coefficient value by the term of the highest power.

As it is seen from the data in Table 1 aggregate grading was selected experimentally by adding on recounted 100 g of aggregate



Rys. 1. Zależność gęstości stosu okrucowego kruszywa do produkcji betonu samozagęszczającego się od masy kruszywa w tym stosie: ◆ - wyniki doświadczalne, ■ - wyniki obliczeń na podstawie przyjętego modelu statystycznego

Fig. 1. Relation of aggregate skeleton density for production of self-compacting concrete vs aggregate mass in this skeleton: ◆ - experimental results, ■ - results of calculation according to the adopted statistical model

Z rysunku 1 wynika, że w trzech zakresach wielkości masy kruszywa tworzącego stos okrucowy oraz gęstości tego stosu zależność gęstości stosu okrucowego od masy kruszywa jest nieliniowa i wykazuje ekstremum (maksimum). Dlatego może być opisywana trójmianem kwadratowym z ujemną wartością współczynnika stojącego przy wyrazie o najwyższej potędze.

Jak widać z tablicy 1 uziarnienie kruszywa dobierano doświadczalnie poprzez dodawanie w przeliczeniu na 100 g kruszywa 8/16 odmierzoną ilość kruszywa frakcji 2/8 co utworzyło pierwszą smugę punktów. W przypadku drugiej smugi punktów pomiarowych na 100 g kruszywa 8/16 przypadła stała ilość kruszywa 2/8, a zmieniano udział piasku 0/2 w mieszaninie. Trzecią smugę punktów pomiarowych otrzymano przy stałym udziale obu frakcji kruszywa grubego równą 2,70 g cm⁻³, piasku 2,60 g cm⁻³ [Neville (21)] Gęstość ta jest wyznaczana zgodnie z normą PN-EN 1097-6:2013-11 „Badania mechanicznych i fizycznych właściwości kruszyw - Część 6: Oznaczanie gęstości ziarn i nasiąkliwości”. Gęstość objętościową wapienia ze złoża w Truskawicy wynoszącą 2,74 g cm⁻³ przyjęto z pracy Lecha i in. (17).

Kształtowanie się wartości empirycznych na tle teoretycznych wskazuje na bardzo dobre własności opisu zjawiska przez otrzymany model. W przypadku zależności funkcyjnych punkty układają się na prostej $\rho_i = a\hat{\rho}_i + b$, gdzie $a = 1$ i $b = 0$.

Malejąca porowatość otrzymanego stosu okrucowego ze wzrostem jego gęstości wyznaczonej doświadczalnie oraz wzrost udziału objętościowego ziaren kruszywa w stosie okrucowym, ze wzrostem gęstości tego stosu pokazano na rysunku 3. Zwraca uwagę duży współczynnik korelacji iloczynu Pearsona R². Wynika to ze spełnienia podstawowego założenia modelu Furnasa (11) dla stosu okrucowego kruszywa, które mówi, że ziarna mniejsze

8/16 dividing portion of aggregate fraction 2/8, which first set of points was formed. In the case of second set of measured points on 100 g of aggregate 8/16 the constant aggregate quantity 2/8 was belonging but the sand 0/2 share in the mixture was changed. The third points set with constant share of both coarse aggregate fractions equal 2.70 gcm⁻³ and sand 2.60 gcm⁻³ [Neville (21)]. This density is determined according to the standard PN-EN 1097-6:2013-11 part - 6. The volume density of limestone from Truskawica equal 2.74 gcm⁻³ was adopted from Lech et al. work (17).

The empirical values comparison to theoretical ones the very good description of the phenomenon by proposed model is confirmed. In the case of functional relation points are arranged along the line $\rho_i = a\hat{\rho}_i + b$, where $a = 1$ and $b = 0$.

Decreasing porosity of obtained skeleton with the increase of density determined experimentally and increase of the volumetric share of aggregate grains in skeleton with its density increase is shown in Fig. 3. The high Pearson correlation coefficient R² is drawing attention. It is coming from performing of basic assumption of Furnas (11) model for aggregate skeleton, which is stating that the smaller grains added to coarser in voids between coarser grains of skeleton are located.

On the basis of these observations for the description of aggregate skeleton total mass relation with its density the following model, applying the nonlinear segment regression in the following form is proposed [Hozer (15)]:

$$\rho_i = \sum_{j=1}^{j=3} \left(\hat{\alpha}_{j1} m_i^2 + \hat{\alpha}_{j2} m_i + \hat{\alpha}_{j3} \right) \cdot I_j(\rho) + \xi_j \quad [2]$$

where: ρ_i is the density of aggregate in *i*-experiment, m_i mass of skeleton sample, j number of measurement points set [kind of aggregate grains mixture forming the skeleton], $\hat{\alpha}_{j1}$, $\hat{\alpha}_{j2}$, $\hat{\alpha}_{j3}$ coefficients of square trinomial, ξ_j non-measurable [Mańczak (18)], $I_j(\rho)$ is a logic value of p sentence for j -fraction, whereas:

$$I_j(\rho) = \begin{cases} 0 - p \text{ sentence is false} \\ 1 - p \text{ sentence is true} \end{cases} \quad [3]$$

The p is true if in *i*-experiment the aggregate skeleton density ρ_i is fulfilling the condition $\rho_{jd} < \rho_i \leq \rho_{jg}$, where ρ_{jd} , ρ_{jg} are the threshold values of aggregate density maximum for the selected set of points, whereas for the first set of points the inequality takes place $\rho_i \leq \rho_{1g}$.

In order to find the adopted statistical model parameters the especially adopted software was used.

Tablica 1 / Table 1

WYNIKI DOŚWIADCZENIA MAJĄCEGO NA CELU ZBADANIE ZALEŻNOŚCI MIĘDZY GĘSTOŚCIĄ STOSU OKRUCHOWEGO KRUSZYWA DO PRODUKCJI BETONU SAMOZAGĘSZCZAJĄCEGO SIĘ A CAŁKOWITĄ MASĄ KRUSZYWA

EXPERIMENTAL RESULTS AIMING TO CONFIRM THE RELATION OF AGGREGATE SKELETON DENSITY VS THE TOTAL AGGREGATE MASS FOR PRODUCTION OF SCC

Nr doświadczenia Experiment	Żwir Gravel 8/16	Żwir Gravel 2/8	Piasek Sand 0/2	Mączka wapienna Limestone meal	Masa całkowita stosu okruchowego Mass of skeleton sample	Objętość prób- ki stosu okruchowego Volume of skeleton	Objętość ziarn Volume of grains	Gęstość stosu okruchowego Density of skeleton ρ	Porowatość stosu okruchowego Porosity of skeleton ω	Udział objętościowy ziarn w stosie okruchowym Share of grains in skeleton Ω	j-ta smuga punktów j-set of points		
	g	g	g	g·cm ⁻³	g	cm ³	cm ³	g·cm ⁻³	1	1	\bar{d}_v	\bar{d}_v	\bar{d}_v
1	100	0	0	0	100,00	70,35	37,04	1,421	0,47	0,53	1		
2	100	16,35	0	0	116,35	78,08	43,09	1,490	0,45	0,55	1		
3	100	32,70	0	0	132,70	85,81	49,15	1,546	0,43	0,57	1		
4	100	45,10	0	0	145,10	91,50	53,74	1,586	0,41	0,59	1		
5	100	57,38	0	0	157,38	95,97	58,29	1,640	0,39	0,61	1		
6	100	69,62	0	0	169,62	101,67	62,82	1,668	0,38	0,62	1		
7	100	77,92	0	0	177,92	106,14	65,90	1,676	0,38	0,62	1		
8	100	86,09	0	0	186,09	112,24	68,92	1,658	0,39	0,61	1		
9	100	94,35	0	0	194,35	117,93	71,98	1,648	0,39	0,61	1		
10	100	78,67	0	0	178,67	106,39	66,17	1,679	0,38	0,62		2	
11	100	78,67	14,99	0	193,66	107,39	71,94	1,803	0,33	0,67		2	
12	100	78,67	29,97	0	208,64	104,40	77,43	1,992	0,26	0,74		2	
13	100	78,67	45,00	0	223,67	106,89	83,48	2,093	0,22	0,78		2	
14	100	78,67	60,04	0	238,71	110,89	89,27	2,153	0,20	0,80		2	
15	100	78,67	75,07	0	253,74	116,38	95,05	2,180	0,18	0,82		2	
16	100	78,67	90,06	0	268,73	122,38	100,81	2,196	0,18	0,82		2	
17	100	78,67	105,04	0	283,71	129,87	106,57	2,185	0,18	0,82		2	
18	100	78,67	120,13	0	298,80	138,36	112,38	2,160	0,19	0,81			3
19	100	78,70	90,12	0	268,82	122,31	100,85	2,198	0,18	0,82			3
20	100	78,70	90,12	20,23	289,05	131,05	108,23	2,206	0,17	0,83			3
21	100	78,70	90,12	40,32	309,14	137,77	115,56	2,244	0,16	0,84			3
22	100	78,70	90,12	60,55	329,37	147,85	122,95	2,228	0,17	0,83			3
23	100	78,70	90,12	80,65	349,47	159,27	130,28	2,194	0,18	0,82			3

domieszane do ziaren większych lokują się w pustkach występujących między większymi ziarnami stosu okrucowego.

Na podstawie powyższych spostrzeżeń do opisu zależności gęstości stosu okrucowego kruszywa w zależności od całkowitej jego masy proponuje się model wykorzystujący nieliniową regresję segmentową w postaci [Hozer (15)]:

$$\rho_i = \sum_{j=1}^{i-3} \left(\hat{\alpha}_{j1} m_i^2 + \hat{\alpha}_{j2} m_i + \hat{\alpha}_{j3} \right) \cdot I_j(p) + \xi_i \quad [2]$$

gdzie: ρ_i jest gęstością stosu okrucowego kruszywa w i -tym doświadczeniu, m_i masą próbki stosu okrucowego, j numerem smugi punktów pomiarowych (rodzaju mieszaniny ziarnowej kruszywa tworzącego stos okrucowy), $\hat{\alpha}_{j1}$, $\hat{\alpha}_{j2}$, $\hat{\alpha}_{j3}$ współczynnikami trójmianu kwadratowego, ξ_i niemierzalnym zakłóceniem [Mańczak (18)], $I_j(p)$ jest wartością logiczną zdania p dla frakcji j , przy czym:

$$I_j(p) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } p \text{ jest fałszywe} \\ 1, & \text{gdy } p \text{ jest prawdziwe} \end{cases} \quad [3]$$

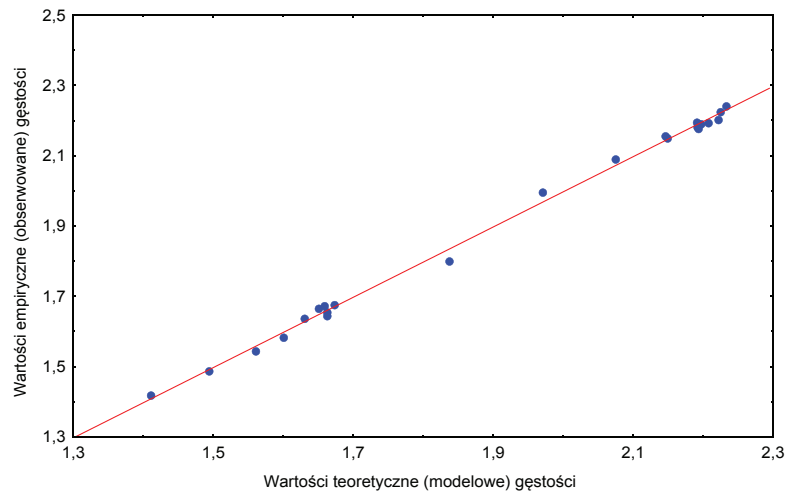
Zdanie p jest prawdziwe jeśli w i -tym doświadczeniu gęstość stosu okrucowego kruszywa ρ_i spełnia warunek $\rho_{jd} < \rho_i \leq \rho_{jg}$, gdzie ρ_{jd} , ρ_{jg} są wartościami progowymi maksymalnej gęstości stosu okrucowego dla wybranej smugi punktów, przy czym dla pierwszej smugi punktów zachodzi nierówność $\rho_i \leq \rho_{1g}$.

W celu wyznaczenia parametrów przyjętego modelu statystycznego wykorzystano oprogramowanie specjalistyczne. Funkcja straty osiągnęła minimalną wartość po wykonaniu 28 iteracji. Wyniki obliczeń są zestawione w tabelicy 2. Zwraca uwagę wysoki udział wariancji wyjaśnionej przez model co jest również widoczne na rysunku 3. Na rysunku 3 prosta zależności gęstości stosu okrucowego kruszywa obliczonej na podstawie modelu od gęstości stosu okrucowego wyznaczonego doświadczalnie jest nachylona niemal pod kątem 45° do osi układu współrzędnych, co świadczy o wysokiej zgodności wyników doświadczalnych i obliczeń modelowych.

Otrzymany model gęstości stosu okrucowego kruszywa, w zależności od całkowitej masy kruszywa tworzącego stos okrucowy, wykorzystujący nieliniową regresję segmentową, ma postać:

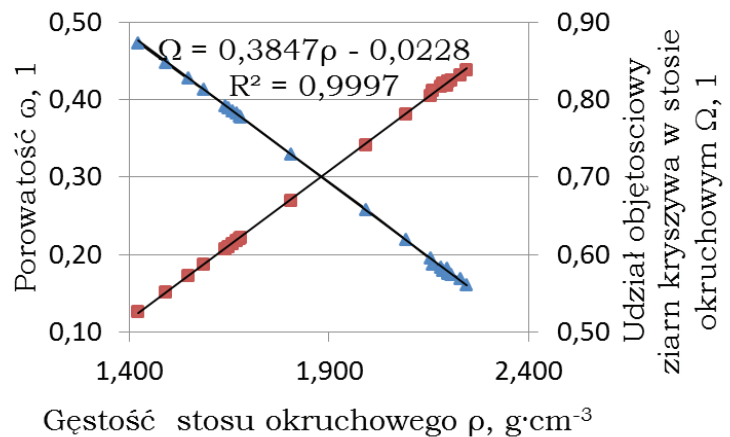
$$\hat{\rho}_i = \left(-0,0000312 \cdot m_i^2 + 0,01184 \cdot m_i + 0,53866 \right) \cdot I_1(\rho_i \leq 1,676) + \left(-0,0000665 \cdot m_i^2 + 0,03568 \cdot m_i - 2,57847 \right) \cdot I_1(1,676 < \rho_i \leq 2,196) + \left(-0,0000241 \cdot m_i^2 + 0,01498 \cdot m_i - 0,09403 \right) \cdot I_1(2,196 < \rho_i \leq 2,244) \quad [4]$$

Dla każdego z trzech rodzajów mieszanin ziarnowych wykorzystanych w doświadczeniu z równania modelowego można wyliczyć największą gęstość stosu okrucowego. Gęstość stosu okrucowego



Rys. 2. Kształtowanie się wartości empirycznych na tle teoretycznych uzyskanych z modelu

Fig. 2. The empirical vs. theoretical values based on established model



Rys. 3. Porowatość (▲) stosu okrucowego i udział objętościowy ziaren kruszywa w stosie okrucowym (■) w zależności gęstości [stopnia upakowania] stosu okrucowego

Fig. 3. Porosity (▲) of aggregate skeleton and volumetric share of aggregate grains in skeleton (■) in relation to density [degree of packing] of skeleton

The loss function has attained minimum after 28 iterations. The calculations results are given in Table 2. The high share of explained variant by the model should be mentioned, which is also evident from Fig. 3. In this figure the line of relation: aggregate skeleton density calculated by the model from the skeleton density obtained experimentally is inclined almost under the angle of 45° to the coordinate axis, which confirms the high compatibility of experimental results with calculations according to the model.

The proposed model found on the basis of nonlinear segment regression of aggregate skeleton density relation from total aggregate mass, forming this skeleton is as follows:

$$\hat{\rho}_i = \left(-0,0000312 \cdot m_i^2 + 0,01184 \cdot m_i + 0,53866 \right) \cdot I_1(\rho_i \leq 1,676) + \left(-0,0000665 \cdot m_i^2 + 0,03568 \cdot m_i - 2,57847 \right) \cdot I_1(1,676 < \rho_i \leq 2,196) + \left(-0,0000241 \cdot m_i^2 + 0,01498 \cdot m_i - 0,09403 \right) \cdot I_1(2,196 < \rho_i \leq 2,244) \quad [4]$$

wego w zakresie każdego rodzaju mieszaniny ziarnowej kruszywa zapisuje się równaniem:

$$\hat{\rho}_{ji} = \hat{\alpha}_{j1} m_i^* + \hat{\alpha}_{j2} m_i + \hat{\alpha}_{j3} \quad [5]$$

gdzie: $\hat{\rho}_{ji}$ jest gęstością modelową stosu okrucowego kruszywa dla całkowitej masy kruszywa m_i . W celu znalezienia całkowitej masy kruszywa tworzącego stos okrucowy, w przypadku której gęstość $\hat{\rho}_{ji}$ stosu okrucowego osiąga największą wartość należy przyrównać wartość pierwszej pochodnej gęstości modelowej stosu okrucowego do zera. Wówczas szukana wartość całkowitej masy kruszywa tworzącego stos okrucowy jest dana wzorem [6]:

$$m_j^* = \frac{-\alpha_{j2}}{2\alpha_{j1}} \quad [6]$$

Na podstawie wzoru [6], przy wykorzystaniu parametrów modelu zawartych w tablicy 2, ustala się skład ziarnowy kruszywa tworzącego stos okrucowy o największej gęstości. W rozpatrywanym przypadku wyniki największego upakowania ziaren kruszywa w stosie okrucowym każdego rodzaju są zestawione w tablicy 3.

Znajomość modelu regresji gęstości stosu okrucowego względem jego masy może być wykorzystana w ustaleniu szczelnego stosu okrucowego kruszywa w betonie. Wystarczy dla każdej frakcji policzyć pochodną względem masy pierwszego rzędu i wyznaczyć jej miejsca zerowe. Wówczas dla ustalonych wartości argumentów (masy) zmienna objaśniana (gęstość) będzie przyjmować wartość największą.

Tablica 2 / Table 2

PARAMETRY NIELINIOWEGO MODELU GĘSTOŚCI STOSU OKRUCHOWEGO KRUSZYWA DO PRODUKCJI BETONU SAMOZAGĘSZCZAJĄCEGO SIĘ

NONLINEAR MODEL PARAMETERS OF THE AGGREGATE SKELETON DENSITY FOR THE PRODUCTION OF SELF COMPACTING CONCRETE

Strata L \cong 0,0048; R ² = 0,9987; wariancja wyjaśniona: 99,75%										
J	Wartość progowa ρ_j	Parametry modelu								
		$\hat{\alpha}_{j1}$	$\hat{\alpha}_{j2}$	$\hat{\alpha}_{j3}$	$\hat{\alpha}_{j1}$	$\hat{\alpha}_{j2}$	$\hat{\alpha}_{j3}$	$\hat{\alpha}_{j1}$	$\hat{\alpha}_{j2}$	$\hat{\alpha}_{j3}$
1	1,676	-3,12E-05	0,01184	0,53866						
2	2,196				-6,65E-05	0,03568	-2,57847			
3	2,244							-2,41E-05	0,01498	-0,09403

Tablica 3 / Table 3

SHARE OF THE AGGREGATE FRACTION IN SKELETON IN SCC, IN RELATION TO 100 g OF AGGREGATE 8/16

UDZIAŁ FRAKCJI KRUSZYWA W STOSIE OKRUCHOWYM W PRZYPADKU BETONU SAMOZAGĘSZCZAJĄCEGO SIĘ, W ODNIESIENIU DO 100 g KRUSZYWA 8/16

Rodzaj stosu okrucowego kruszywa J	Masa m_i^* kruszywa dająca największą gęstość stosu okrucowego, G	Kruszywo 8/16, g	Kruszywo 2/8, g	Piasek 0/2, g	Mączka wapienna, G	Największa gęstość stosu okrucowego kruszywa $\square\square_{max}$, g·cm ⁻³
1	190,04	100,00	90,04	0	0	1,644
2	268,33	100,00	90,04	78,29	0	2,208
3	310,66	100,00	90,04	78,29	42,33	2,233

For each from three types of grain fraction applied in the experiment from the model function the highest density of aggregate skeleton can be calculated. The skeleton density, for each grains fraction can be written as follows:

$$\hat{\rho}_{ji} = \hat{\alpha}_{j1} m_i^* + \hat{\alpha}_{j2} m_i + \hat{\alpha}_{j3} \quad [5]$$

where: $\hat{\rho}_{ji}$ is a model density of aggregate skeleton for total its mass m_i .

In order to obtain the total aggregate mass in skeleton, in the case if its density $\hat{\rho}_{ji}$ has the highest value, one should equate the first derivative of model skeleton density to zero. Then the searched value of total aggregate mass in skeleton is defined by the formula [6]:

$$m_j^* = \frac{-\alpha_{j2}}{2\alpha_{j1}} \quad [6]$$

On the basis of this formula, using the model parameters given in Table 2, the grading of aggregate forming the skeleton of the highest density is establish. In the analysed case the results of the highest packing of aggregate grains in the skeleton are given in Table 3.

On the basis of the regression model of the aggregate skeleton density vs its mass the most dense packing of aggregate grains in concrete can be establish. To this aim for each fraction the derivative of first order should be calculated of aggregate mass and find its zero places. Thus for the established arguments [mass] the

Gęstość dla j -tej frakcji można wyliczyć z następującej zależności {wzór [7]}:

$$\hat{\rho}_{ji} = \alpha_{j1} m_i^2 + \alpha_{j2} m_i + \alpha_{j3} \quad [7]$$

Wówczas pierwsza pochodna przyjmuje postać:

$$\hat{\rho}'_{ji} = 2\alpha_{j1} m_i + \alpha_{j2} \quad [8]$$

Stąd maksimum gęstości uzyskujemy dla:

$$m_i^* = \frac{-\alpha_{j2}}{2\alpha_{j1}} \quad [9]$$

Wzór [7] pozwala ustalić takie proporcje składników betonu, dla których uzyskuje się w poszczególnych etapach badania maksymalną gęstość. Wyniki optymalizacji składu betonu zawiera tablica 4.

7. Wnioski

Zastosowana metoda projektowania stosu okruszowego kruszywa pozwala na uzyskanie korzystnego doboru poszczególnych frakcji kruszywa grubego i piasku, zapewniającej maksymalną gęstość, a więc minimalną jamistość stosu okruszowego. Metoda ta została potwierdzona doświadczalnie, dając bardzo dobrą korelację.

Zaletą zastosowanej metody regresji segmentowej jest jej bardzo duża ogólność, w związku z tym nie narzuca one żadnych wymagań w stosunku do rodzaju stosowanych kruszyw. Powinny one jednak mieć dobre właściwości, a przede wszystkim odpowiednią wytrzymałość, dostosowaną do klasy projektowanego betonu, odporność na cykliczne zamrażanie i rozmrażanie, małą nasiąkliwość i porowatość.

Tablica 4 / Table 4

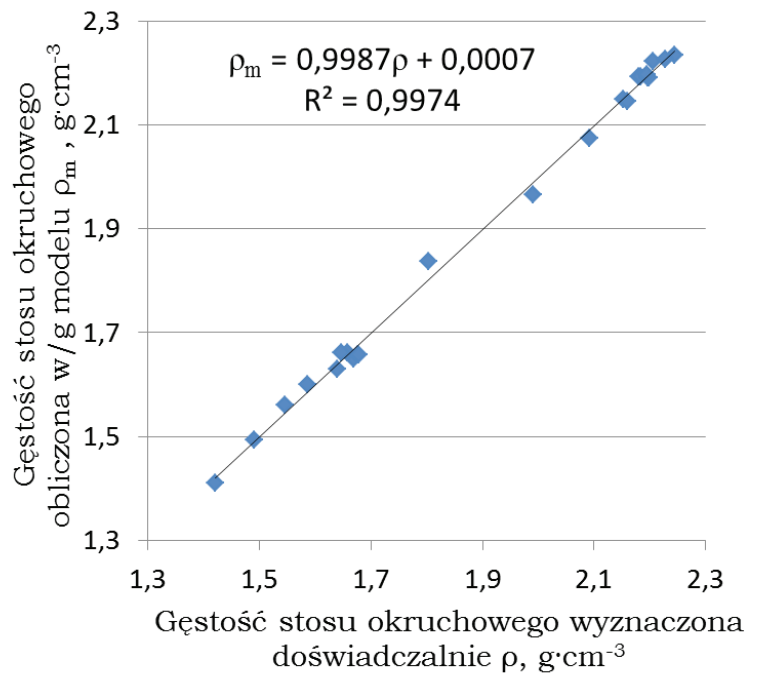
OPTYMALNY UDZIAŁ KRUSZYWA I FRAKCJI PYLASTEJ W PRZYPADKU BETONU SAMOZAGĘSZCZAJĄCEGO SIĘ W PRZELICZENIU NA 100 g ŻWIRU 8/16

OPTIMUM AGGREGATE SHARE AND DUST FRCION OF SCC, CALCULATED FOR 100 g OF GRAVEL 8/16

		m_i^*	Masa Żwir 8/16	Masa Żwir 2/8	Masa Piasek 0/2	Masa Mączka	ρ_{max}
Numer frakcji	1	190,04	100,00	90,04	0	0	1,664
	2	268,33	100,00	90,04	78,29	0	2,208
	3	310,66	100,00	90,04	78,29	42,33	2,233

Literatura / References

1. P. J. M. Bartos, M. Grauers, *Self-compacting concrete*, Concrete, **33**, 4 (1999).
2. P. Billberg, *Fine mortar rheology in mix design of SCC*, Proceedings of First International RILEM Symposium on Self-Compacting Concrete, RILEM Publications, S.A.R.L., pp. 47-58, Stockholm 1999.
3. P. Billberg, *Self-compacting concrete for civil engineering structures – the Swedish experience*, CBI rapport 2, 1999.
4. N. Bouzoubaa, M. Lachemi, *Self-compacting concrete incorporating high volumes of class F fly ash Preliminary results*, Cem. Concr. Res., **31**, 413-420 (2001).
5. A. Cylejewski, *Beton samozagęszczalny*, Polski Cement, **4**, 12, 26-28 (2000).
6. M. Daszkiewicz, *Beton samozagęszczalny na budowie City Forum w Gdańsku*, Polski Cement, **2**, 18, 34-36 (2002).



Rys. 4. Prosta zależności gęstości stosu okruszowego kruszywa obliczonej na podstawie modelu od gęstości stosu okruszowego wyznaczonego doświadczalnie

Fig. 4. Line presenting the relationship of aggregate skeleton density calculated according the model from the aggregate skeleton density found experimentally

explained variant [density] the highest value will have.

The j -fraction density can be calculated from the formula [7]:

$$\hat{\rho}_{ji} = \alpha_{j1} m_i^2 + \alpha_{j2} m_i + \alpha_{j3} \quad [7]$$

Then the first derivative will be:

$$\hat{\rho}'_{ji} = 2\alpha_{j1} m_i + \alpha_{j2} \quad [8]$$

Thus the density maximum will be obtained for:

$$m_i^* = \frac{-\alpha_{j2}}{2\alpha_{j1}} \quad [9]$$

Formula [7] can establish such proportion of concrete components for which for individual experiment steps the highest density will be obtained. The optimization results are given in Table 3.

7. F. de Larrard, *Concrete mixture proportioning – a scientific approach*, Modern Concrete Technology Series, No 7, p. 421, E&FN, London 1999.
8. F. de Larrard, *Naukowa metoda ustalania składu mieszanki betonowej*, Konf. Dni Betonu, s. 20, Wisła 2004.
9. J. L. Devore, *Probability and statistics for engineering and the sciences*, pp. 513-514, Seven Edit., Thomson Brooks/Cole, 2008.
10. Feraris, F. Chiara, Brower, Lynn, Ozyildirim, Celik, Daczko, *Durable Bridges and Transportation Structures, International Symposium on High Performance Concrete*, Proceeding, Sept. 25-27, 2000.
11. C.C. Furnas, *Grading aggregates; I – Mathematical relations for beds of broken solids of maximum density*, Ind. & Eng. Chem., **23**, 1052 – 1064 (1931).
12. H. Grube, J. Rickert, *Selbstverdichtender Beton – ein weiterer Entwicklungsschritt des 5-Stoff Systems Beton*, *Betontechnische Berichte*, Sonderdruck aus Beton, 49, pp. 239-244, Dusseldorf 1999.
13. S. Grzeszczyk, *Beton samozagęszczalny – projektowanie, właściwości, kierunki rozwoju*, Inżynieria i Budownictwo, 9, 465-468 (2000).
14. GRZESZCZYK S., JUROWSKI K., *Wpływ dodatku metakaolinu na właściwości samozagęszczającego się betonu do robót podwodnych*, Cement Wapno Beton, 82, 6, 393, (2016).
15. J. Hozer, *Ekonometria*, str. 39, Szczecin 1997.
16. W. Jawański, Konf. Dni Betonu, *Beton samozagęszczalny*, Wisła 2002.
17. R. Lech, K. Wodnicka, Z. Pędzich, *Effect of the limestones fabric on the fabric development in burnt lime (Part 1)*, ZKG International, **62**, 94 – 101 (2009).
18. K. Mańczak, *Technika planowania eksperymentu*, WNT, Warszawa 1976.
19. D. Montgomery, V. K. Bui, *Rapid testing method for segregation resistance of self-compacting concrete*, Cem. Concr. Res., **32**, 1489-1496 (2002).
20. Nan Su, Kung-Chung Hsu, His-Wen Chai, *A simple mix design method for self-compacting concrete*, Cement and Research, 31, 1799-1807 (2001).
21. A. M. Neville, *Właściwości Betonu*, V edycja, Polski Cement, Kraków 2012.
22. M. Nilsson, *Project on Self-compacting Concrete bridge Concrete*, Swedish National Road Administration, Publication 1998:71E, ISSN 1401-9612, Sweden 1998.
23. H. Okamura, M. Ouchi, *Self-compacting concrete. Development, present use and future*, Proceedings of First International RILEM Symposium on Self-Compacting Concrete, pp. 3-13, RILEM Publications, S.A.R.L., Stockholm 1999.
24. H. Okamura, K. Ozawa, *Mix Design for Self Compacting Concrete*, Concrete Library of JSCE, nr 25, 1995.
25. H. Okamura, K. Ozawa, *Self-Compactable High Performance Concrete in Japan*, International Workshop on High Performance Concrete, November 21-22, Bangkok, Thailand 1994.
26. M. Ouchi, *State-of-the-art Report: Self-Compactability Evaluation for Mix-proportioning and Inspection*, Proceedings of the International Workshop on Self-Compacting Concrete, Kochi University of Technology, 23-26 August, Japan 1998.
27. B. Persson, *Mix proportions and strength of SCC for production of high strength poles, piles and pillars*, Münchener Baustoffseminar Selbstverdichtender Beton, pp. 31-39, Technical University, München, Germany 2001.
28. O. Petersson, P. Billberg, B. K. Van, *A model for self-compacting concrete, Production methods and workability of concrete*, pp. 483-492, E&FN Spon, London 1996.

7. Conclusions

The proposed method of aggregate skeleton designing allows to get the favourable selection of individual coarse aggregate fraction and sand, assuring the maximum density, then the minimum porosity of aggregate skeleton. This method was confirmed experimentally giving very good correlation.

The advantage of applied segment regression method is its high generality, without any requirements for aggregate kinds application. However, they should have good properties, first of all good strength, adjusted to the designing concrete class, resistant to cyclic freezing and thawing, low permeability and porosity.

29. O. Rajski, *Doświadczenia z zakresu technologii SCC*, IBDiM.
30. T. Rudnicki, *Wybrane właściwości oraz zastosowanie betonu samozagęszczalnego w budownictwie drogowym*, II Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna, Nowoczesne technologie w budownictwie drogowym, Poznań 6-7.IX.2001.
31. T. Serdan, F. de Larrard, *Mix design of self-compacting concrete*. In: *Production Methods and Workability of Concrete*, pp. 439-450, E & FN Spon, 1996.
32. G. Spanka, H. Grube, G. Thielen, *Wirkungsmechanism verflüssigender betanzusatzmittel*, Beton, 45, 1, 802 – 808 (1995).
33. T. Stanisławski, *Funkcje jednej zmiennej w badaniach ekonomicznych*, PWN, Warszawa 1986.
34. Statsoft, Inc., *Statistica for Windows (Computer program manual)*. Tulsa, OK: Statsoft, Inc. 2300 East 14 th Street, Tulsa, OK 74104, 1997.
35. B. Stefańczyk, T. Rudnicki, *Nowe tendencje w projektowaniu i ocenie reologicznej samozagęszczalnego betonu cementowego*, XLVIII, tom 4, str. 109-116, 15-20.IX.2002, Konferencja Naukowa „Krynica 2002”.
36. A. Wald, *Contributions to the theory of statistical estimation and testing hypotheses*, Ann. Math. Statist., **10**, pp. 299 – 326 (1939).
37. B. K. Van, D. Montgomery, *Mixture proportioning method for SCC HPC with minimum pasta volumen*, 1st Int. RILEM Symp. on SCC, ed. RILEM Publ. S.A.R.L., pp. 373-384, Stockholm, Sep. 13-14 1999.
38. O. Wallevik, I. Nielsson, *Self-Compacting Concrete –A Rheological Approach*, Proceedings of the International Workshop on Self-Compacting Concrete, Kochi University of Technology, Japan, 23-26 August 1998.
39. J. C. Walraven, K. Takada, *Cement + Beton*, 23 (1999).
40. S. Venkateswara Rao, M.V. Seshagiri Rao, D. Ramaseshu, P. R. Kumar, *Metoda racjonalnego projektowania samozagęszczającego się betonu*, *Cement Wapno Beton*, **80**, 271 (2013).