

Podstawy teoretyczne ruchu ciepła i wilgoci w twardniejącym betonie

The theoretical fundamentals of heat and moisture transport in hardening concrete

1. Ogólna charakterystyka zjawisk ciepłno-wilgotnościowych w twardniejącym betonie

W wyniku procesów fizykochemicznych następuje przebudowa struktury mieszanki betonowej, której towarzyszy zjawisko samoociepnięcia oraz przepływ wilgoci. Zjawiska samoociepnięcia i przepływu wilgoci powodują powstanie w betonie niestacjonarnych, niejednorodnych i sprzężonych pól termiczno-wilgotnościowych. Niejednorodne i niestacjonarne pola termiczno-wilgotnościowe twardniejącego betonu kształtowane są w zależności od (patrz: 7, 8, 13-15, 19, 20).

- ilości i rodzaju zastosowanego spoiwa,
- ilości wody zawartej w mieszance,
- przewodności i pojemności cieplnej betonu,
- intensywności wymiany ciepła oraz wilgoci z otoczeniem,
- temperatury początkowej mieszanki betonowej,
- temperatury otoczenia oraz jego wilgotności,
- wymiarów i proporcji geometrycznych realizowanego fragmentu konstrukcji.

Pola te są przyczyną powstawania niekorzystnych naprężeń własnych (typu makro) w realizowanym fragmencie konstrukcji. Naprężenia takie pojawiają się na skutek dystorsji termiczno-wilgotnościowych. Ostatnio ukazała się monografia (8) poświęcona betonowym konstrukcjom masywnym, w których problemy te ujawniają się najbardziej. Publikacja ta stanowi udaną próbę syntezy zagadnień materiałowych, konstrukcyjnych i technologicznych związanych z realizacją masywnych konstrukcji inżynierskich.

Twardniejący beton, podobnie jak wiele materiałów budowlanych, ma strukturę kapilarno-porowatą. W materiałach, w których pory są częściowo wypełnione wodą, a częściowo wilgotnym powietrzem, zachodzi zjawisko jednoczesnego przenoszenia ciepła przez przewodzenie, unoszenie i promieniowanie. Oznacza to, że mamy do czynienia ze złożonym transportem ciepła. Dla potrzeb analizy złożonego transportu ciepła w wilgotnym materiale korzystamy z założenia, że wektor gęstości całkowitej

1. The general description of heat and moisture transport in hardening concrete

Due to the physicochemical processes, the structure of the concrete mix changes. The material is heated via the release of heat and a flow of moisture takes place. The phenomenon of heat release and flow of moisture are the reason of the rise of a temperature field and moisture field. The fields are transient, non-uniform and coupled. The fields in hardening concrete are created dependent on (7, 8, 13-15, 19, 20):

- quantity and kind of the used binder,
- quantity of water contained in the concrete mix,
- heat conductivity and heat capacity of the concrete,
- intensity of heat and moisture transfer between the hardening concrete and environment,
- beginning temperature of the concrete mix,
- environmental temperature and humidity of environment,
- sizes and geometrical proportions of performed part of a building.

The fields are the reason of disadvantageous own stresses rise (type of macro) in the constructed part of a building. Due to the thermal and moisture movement caused by distortions the own stresses rise. Recently the monograph (8) was issued and it was devoted to massive concrete buildings where the problems of the own stresses were the most visible. The monograph is a successful attempt of synthesis of material, structural and technological issues connected to construction of massive engineering structures.

Hardening concrete is a capillary porous material similarly as the other building materials. In the materials with the pores partially filled by water and partially by moist air the phenomenon of simultaneous heat transport by conduction, convection and radiation occurs. It means that combined heat transfer takes place. For analysis of combined heat transfer in a moist material the following assumption is made: total heat flux density vector in any point of

go strumienia ciepła w dowolnym punkcie materiału jest równy sumie wektorów gęstości strumieni ciepłych transportowanych na drodze przewodzenia, promieniowania i unoszenia. Możemy zatem napisać (1, 2, 13-15, 21).

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_k + \mathbf{q}_r + h_v \mathbf{j}_v + h_1 \mathbf{j}_1, \quad [1]$$

gdzie:

- \mathbf{q} – wektor gęstości całkowitego strumienia ciepłego [$W \cdot m^{-2}$],
- \mathbf{q}_k – wektor gęstości strumienia przenoszonego przez przewodzenie [$W \cdot m^{-2}$],
- \mathbf{q}_r – wektor gęstości strumienia przenoszonego przez promieniowanie [$W \cdot m^{-2}$],
- h_v – entalpia właściwa pary wodnej [$J \cdot kg^{-1}$],
- \mathbf{j}_v – wektor gęstości strumienia pary wodnej [$kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$],
- h_1 – entalpia właściwa wody [$J \cdot kg^{-1}$],
- \mathbf{j}_1 – wektor gęstości strumienia wody [$kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$].

Dwa ostatnie składniki w równaniu [1] przedstawiają wektory gęstości strumieni ciepła przenoszonych przez dyfundującą parę wodną i migrującą wodę.

Określenie wpływu ruchu wilgoci na transport ciepła w materiałach porowatych jest problemem złożonym, co wynika z faktu, że zachodzące w takim materiale procesy są od siebie wzajemnie uzależnione. Dlatego też w zagadnieniach praktycznych, w celu znacznego uproszczenia problemu transportu ciepła przez wilgotne materiały o strukturze porowatej, pomija się unoszenie ciepła przez migrującą wilgoć i zakłada się, że transport ciepła odbywa się tylko przez przewodzenie. Założenie powyższe jest powszechnie stosowane w praktyce, a podawana w literaturze przewodność cieplna materiałów budowlanych jest ustalana przy pominięciu unoszenia ciepła przez migrującą wilgoć (16, 21, 22).

Z obliczeń J. Wyrwała wynika, że udział strumienia ciepła unoszonego przez migrującą wilgoć w strumieniu całkowitym maleje wraz ze zwiększaniem się przewodności cieplnej materiału. Można przyjąć, że w przypadku betonu udział strumienia ciepła unoszonego przez wilgoć w całkowitym strumieniu ciepła jest niewielki. Błąd oszacowania przewodności materiału nie przekracza 3% (21, 22).

2. Równania transportu ciepła i masy

Równania opisujące zależność pomiędzy gęstością strumienia ciepła a gradientem temperatury i właściwościami termicznymi dla procesu niestacjonarnego przewodzenia w twardniejącym betonie można przedstawić następująco (6):

$$\mathbf{q} + \tau \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = -\lambda \nabla T, \quad [2]$$

$$\mathbf{q}_v - \nabla \cdot \mathbf{q} = c_b \rho_b \frac{\partial T}{\partial t}. \quad [3]$$

Równanie [2] nosi nazwę równania Cattaneo-Vernotte'a (6). W równaniach [2 i 3] przyjęto następujące oznaczenia:

the material equals sum of heat flux density vectors transmitted by conduction, radiation and convection. Therefore the mentioned below equation may be written (1, 2, 13-15, 21):

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_k + \mathbf{q}_r + h_v \mathbf{j}_v + h_1 \mathbf{j}_1, \quad [1]$$

where:

- \mathbf{q} – total heat flux density vector, $W \times m^{-2}$,
- \mathbf{q}_k – conducted heat flux density vector, $W \times m^{-2}$,
- \mathbf{q}_r – radiant heat flux density vector, $W \times m^{-2}$,
- h_v – enthalpy per unit mass of water vapour, $J \times kg^{-1}$,
- \mathbf{j}_v – water vapour flux density vector, $kg \times m^{-2} \times s^{-1}$,
- h_1 – enthalpy per unit mass of water, $J \times kg^{-1}$,
- \mathbf{j}_1 – water flux density vector, $kg \times m^{-2} \times s^{-1}$.

The last two terms in the equation [1] represent the flux density vectors of heat transported by diffusing water vapour and migrating water.

The determination of moisture flow impact on heat transfer in the porous materials is complicated problem due to reciprocal dependence of the processes occurring in the material. Ordinarily in calculation of heat transport in the moist and porous materials heat convection by migrating moisture is neglected and it is assumed, that heat transport occurs by conduction only. Therefore thermal conductivity of the building materials is determined with omission of heat transport by migrating moisture (16, 21, 22).

Percentage of heat flux transported by migrating moisture in total transported heat flux decreases together with an increasing value of heat conduction coefficient as it is proved by the Wyrwał's calculation (22). It is admissible to assume, that the percentage of heat flux transported by moisture in total heat flux is little. Error of heat conductivity coefficient value estimation is less than 3% (21, 22).

2. Eqations of heat and mass transport

The equations referring to relationship between heat flux density and temperature gradient and thermophysical properties for transient conductivity in hardening concrete may be written in the following form (6):

$$\mathbf{q} + \tau \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = -\lambda \nabla T, \quad [2]$$

$$\mathbf{q}_v - \nabla \cdot \mathbf{q} = c_b \rho_b \frac{\partial T}{\partial t}. \quad [3]$$

The equation [2] is called the Cattaneo-Vernotte equation (6). The symbols in the equations [2, 3] are:

- λ – heat conduction coefficient, $W \times m^{-1} \times K^{-1}$,
- \mathbf{q} – heat flux density vector, $W \times m^{-2}$,
- \mathbf{q}_v – internal heat – generation rate, $W \times m^{-3}$,
- $\tau = a / c^2$ [s]; $a = \lambda / c_b \cdot \rho_b$ [$m^2 \cdot s^{-1}$],

λ – współczynnik przewodzenia ciepła [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$],
 \mathbf{q} – wektor gęstości strumienia ciepła [$W \cdot m^{-2}$],
 q_v – wydajność wewnętrznych źródeł ciepła [$W \cdot m^{-3}$],
 $\tau = a / c^2$ [s]; $a = \lambda / c_b \cdot \rho_b$ [$m^2 \cdot s^{-1}$],

τ – stała czasowa; miara współdziałania struktury ciała w procesie niustalanej wymiany ciepła; czas zgromadzenia pewnej porcji energii cieplnej, który jest potrzebny do przekazania tej energii do najbliższego otoczenia wewnątrz materiału,
 a – dyfuzyjność cieplna, współczynnik wyrównywania temperatury [$m^2 \cdot s^{-1}$],
 c – szybkość propagacji ciepła [$m \cdot s^{-1}$],
 c_b – ciepło właściwe betonu [$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$],
 ρ_b – gęstość pozorna betonu [$kg \cdot m^{-3}$],
 ∇ – operator gradientu.

Po obłożeniu równania [2] operatorem dywergencji i zróżniczkowaniu równania [3] względem czasu oraz odpowiednich przekształceniach otrzymujemy:

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = -\tau \left[\frac{\partial q_v}{\partial t} - c_b \rho_b \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \right] - \lambda \nabla^2 T. \quad [4]$$

Po wstawieniu zależności (4) do równania (3) otrzymujemy:

$$q_v + \tau \frac{\partial q_v}{\partial t} + \lambda \nabla^2 T = c_b \rho_b \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \tau \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \right]. \quad [5]$$

Koncepcja przewodzenia ciepła ze skończoną szybkością, w konsekwencji prowadząca do hiperbolicznego równania ruchu ciepła [5], była przedmiotem licznych prac omawiających jej zgodność z teorią kinetyczno-molekularną. Przyjmuje się, że rozchodzeniu się zaburzeń w ciałach sprężystych, odbywającemu się ze skończoną szybkością, towarzyszy dysypatywne wydzielanie ciepła (6). Przemieszczanie się tak powstałej fali cieplnej odbywa się ze skończoną szybkością. Do inżynierii chemicznej i procesowej hiperboliczne równanie przewodnictwa ciepła zostało wprowadzone przez A. W. Łykowa (15).

Twardniejący beton, jako ośrodek kapilarno-porowaty, w początkowym stadium charakteryzuje się dużą wilgotnością. Wynika stąd, że w dość szerokim zakresie wilgotności ruch wilgoci odbywać się może głównie pod wpływem sił kapilarnych. W Polsce badania nad kapilarnym ruchem wilgoci były prowadzone między innymi przez Garbalińską (3, 4), Leśniewską i Pogorzelskiego (11, 12) oraz Płońskiego (16). Rozważania dotyczące dyfuzji wilgoci w twardniejącym betonie prowadził także J. Kasperkiewicz (7).

W przypadku nasyconego przepływu kapilarnego (wpływ siły grawitacji jest pomijalnie mały) w twardniejącym betonie zachodzą zmiany wilgotności, które można opisać równaniem ciągłości wynikającym z bilansu wilgoci (17, 21):

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{v} - \gamma q_v, \quad [6]$$

τ – time constant, s. It is a thermodynamic property of materials called the suitable relaxation time of the system or it is time to store of a heat quantity, which is needed for transmission of the heat to the nearest surrounding inside of the material,
 a – thermal diffusivity, $m^2 \cdot s^{-1}$,
 c – heat propagation rate, $m \cdot s^{-1}$,
 c_b – specific heat of concrete, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$,
 ρ_b – apparent density of concrete, $kg \cdot m^{-3}$,
 ∇ – gradient operator.

After using of divergence operator to the equation [2] and differentiation of the equation [3] with respect to time and the further transformations the new equation [4] is found:

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = -\tau \left[\frac{\partial q_v}{\partial t} - c_b \rho_b \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \right] - \lambda \nabla^2 T. \quad [4]$$

Afterwards introduction of the equation [4] to the equation [3] the below equation is found:

$$q_v + \tau \frac{\partial q_v}{\partial t} + \lambda \nabla^2 T = c_b \rho_b \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \tau \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \right]. \quad [5]$$

The idea of heat conduction with finite propagation velocity is the base of hyperbolic equation of heat flow [5] and it is the subject of numerous works analyzing its conformity to kinetic – molecular theory. It is assumed, that propagation of the disturbances in elastic body with finite velocity is connected with heat dissipation (6). The shift of the heat wave occurs with finite velocity. The hyperbolic equation of heat flow has been introduced to chemical and process engineering by Łykow (15).

Hardening concrete is a colloid and capillary porosity medium with big value of moisture in the beginning stage. Therefore in a wide range of moisture the flow of moisture occurs mainly due to capillary forces. The investigations of capillary flow of moisture have been performed by Garbalińska (3, 4), Leśniewska et al. (11, 12) and Płoński (16). The analysis of moisture diffusion in hardening concrete has been carried out by Kasperkiewicz (7).

In the case of saturated capillary flow in hardening concrete the changes of moisture value may be described using continuity equation (17, 21):

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{v} - \gamma q_v, \quad [6]$$

where:

w – moisture, $m^3 \cdot m^{-3}$,
 \mathbf{v} – velocity of moisture flow in the material, $m \cdot s^{-1}$,
 γ – heat - water proportion coefficient of binder and it equals to sum of water of hydration and pozasieciowa, which reacted with the binder. The liberating unit of heat in unit volume of concrete, $m^3 \cdot J^{-1}$.

The impact of gravity force in the equation [6] is neglected.

gdzie:

w – wilgotność materiału [$\text{m}^3 \cdot \text{m}^{-3}$],

v – prędkość przepływu wilgoci w materiale [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$],

γ – współczynnik proporcjonalności cieplnej wilgotnego spoiwa. Określa on ilość wody hydratacyjnej związanej przez spoiwo, przy której wydzieli się jednostka ciepła w jednostce objętości betonu [$\text{m}^3 \cdot \text{J}^{-1}$].

Prędkość przepływu wilgoci powiązana jest z gradientem ciśnienia kapilarnego wody w porach zależnością wynikającą z bilansu pędu wilgoci (17, 21):

$$v = \frac{k_w}{\rho_w} \nabla P_k. \quad [7]$$

gdzie:

k_w – współczynnik przepuszczalności wody [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$],

ρ_w – gęstość wody [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$],

P_k – ciśnienie kapilarne [Pa].

Podstawiając zależność [7] do [6], otrzymamy:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(\frac{k_w}{\rho_w} \nabla P_k \right) - \gamma q_v. \quad [8]$$

Wielkość ciśnienia kapilarnego określa równanie Laplace'a (1, 2):

$$P_k = -\frac{2\sigma \cos \theta}{r} \quad [9]$$

gdzie:

σ – napięcie powierzchniowe wody [$\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$],

r – promień kapilary [m],

θ – kąt zwilżania.

Ponieważ napięcie powierzchniowe cieczy zależy od jej temperatury, natomiast krzywizna menisku od wilgotności materiału, więc możemy zapisać na podstawie twierdzenia o pochodnej funkcji złożonej wielu zmiennych (21):

$$P_k = P_k(w, T) \quad [10]$$

$$\nabla P_k = \frac{\partial P_k}{\partial w} \nabla w + \frac{\partial P_k}{\partial T} \nabla T \quad [11]$$

Podstawiając [11] do [8] oraz wprowadzając oznaczenia:

$$-\frac{k_w}{\rho_w} \frac{\partial P_k}{\partial w} = D, \quad [12]$$

$$-\frac{k_w}{\rho_w} \frac{\partial P_k}{\partial T} = \delta \cdot D, \quad [13]$$

otrzymamy:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla w + D \delta \nabla T) - \gamma q_v. \quad [14]$$

The velocity of moisture flow depends on the capillary pressure gradient of water in pores and is given by the below equation which is derived from the momentum balance of moisture (17, 18):

$$v = \frac{k_w}{\rho_w} \nabla P_k. \quad [7]$$

where:

k_w – permeability of water, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$,

ρ_w – density of water, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$,

P_k – capillary pressure, Pa.

Introducing the equation [7] to [6] the new equation is obtained:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(\frac{k_w}{\rho_w} \nabla P_k \right) - \gamma q_v. \quad [8]$$

The capillary pressure is given by the Laplace's equation (1, 2):

$$P_k = -\frac{2\sigma \cos \theta}{r} \quad [9]$$

where:

σ – surface tension of water, $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$,

r – radius of capillary, m,

θ – equilibrium contact angle.

The surface tension depends on the temperature of the liquid, but meniscus curvature depends on moisture of material therefore using theorem about derivative of a multivariable function the below equation may be derived (21):

$$P_k = P_k(w, T) \quad [10]$$

$$\nabla P_k = \frac{\partial P_k}{\partial w} \nabla w + \frac{\partial P_k}{\partial T} \nabla T \quad [11]$$

Introducing equation [11] to equation [8] and defining the following symbols given by the below relationships:

$$-\frac{k_w}{\rho_w} \frac{\partial P_k}{\partial w} = D, \quad [12]$$

$$-\frac{k_w}{\rho_w} \frac{\partial P_k}{\partial T} = \delta \cdot D, \quad [13]$$

the following equation is derived:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla w + D \delta \nabla T) - \gamma q_v. \quad [14]$$

Further connecting the equations [5] and [14] the next coupled equations of moisture and heat in hardening concrete are obtained in the following form:

$$c_b \rho_b \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \tau \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \right] = \lambda \nabla^2 T + \tau \frac{\partial q_v}{\partial t} + \varepsilon L \rho_w \frac{\partial w}{\partial t} + q_v, \quad [15]$$

Wykorzystując równania [5] i [14] możemy sformułować sprzężone równania bilansu wody i ciepła w twardniejącym betonie w następujący sposób:

$$c_b \rho_b \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \tau \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \right] = \lambda \nabla^2 T + \tau \frac{\partial q_v}{\partial t} + \varepsilon L \rho_w \frac{\partial w}{\partial t} + q_v, \quad [15]$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla w + D \delta \nabla T) - \gamma q_v, \quad [16]$$

gdzie:

D – izotermiczny współczynnik wyrównywania wilgoci [$m^2 \cdot s^{-1}$],

δ – termiczny współczynnik wyrównywania wilgoci [$m^3 \cdot m^{-3} \cdot K^{-1}$],

ε – współczynnik przemiany fazowej. Określa on ilość pary dyfundującej w ciele odniesioną do sumarycznego strumienia cieczy i pary. Gdy $\varepsilon = 0$, to woda przemieszcza się w tylko w formie cieczy, natomiast gdy $\varepsilon = 1$, to tylko w postaci pary. W pozostałych przypadkach $0 < \varepsilon < 1$,

L – ciepło parowania (kondensacji) pary wodnej [$J \cdot kg^{-1}$].

Gdy wilgotność ośrodka kapilarno-porowatego osiągnie wartość niższą od wartości krytycznej, faza ciekła traci ciągłość, to zaczynają się tworzyć mostki cieczy ograniczone z dwóch stron meniskami. Dyfundująca z obszarów cieplejszych para wodna skrapla się na jednym z menisków. Ponieważ układ dąży do równowagi termodynamicznej, więc skroplona para przepływa w obrębie mostka i odparowuje z jego drugiej strony. Następnie sytuacja się powtarza. Mamy tutaj do czynienia z kolejno po sobie następującymi procesami: dyfuzji, konwekcji, kondensacji, przepływu kapilarnego, odparowania. Taki mechanizm ruchu wilgoci w materiale porowatym nosi nazwę mechanizmu parowania – kondensacji (22).

W miarę dalszego zmniejszania się wilgotności twardniejącego betonu mostki cieczy zmniejszają się i zanikają. Na ściankach kapilar pozostają multimolekularne, a następnie monomolekularne warstewki wody. Ruch wilgoci w tym okresie następuje w wyniku dyfuzji pary wodnej.

W wyniku dalszego wysychania twardniejącego betonu występuje zjawisko desorpcji cieczy z warstw monomolekularnych i dalszy ruch wody odbywa się już tylko na zasadzie dyfuzji pary wodnej.

Oprócz dyfuzji pary wodnej i przepływu kapilarnego cieczy możliwy jest również przepływ konwekcyjny wilgotnego powietrza wypełniającego pory (17, 21) oraz filtracyjny przepływ cieczy (14). Zjawiska te mają jednak nieduże, lokalne znaczenie (14, 21).

W zakresie wilgotności sorpcyjnej, w której wilgoć związana jest z materiałem jako monomolekularna lub multimolekularna warstwa adsorbentu, przepływ wilgoci odbywa się w fazie gazowej jako dyfuzja pary wodnej (21). Zmiany wilgoci zachodzą zgodnie z równaniem ciągłości wynikającym z bilansu wilgoci (17, 21):

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\nabla \cdot v_v - \gamma q_v, \quad [17]$$

gdzie:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla w + D \delta \nabla T) - \gamma q_v, \quad [16]$$

where:

D – isothermal coefficient of moisture content equalization, $m^2 \cdot s^{-1}$,

δ – thermal coefficient of moisture content equalization, $m^3 \cdot m^{-3} \cdot K^{-1}$,

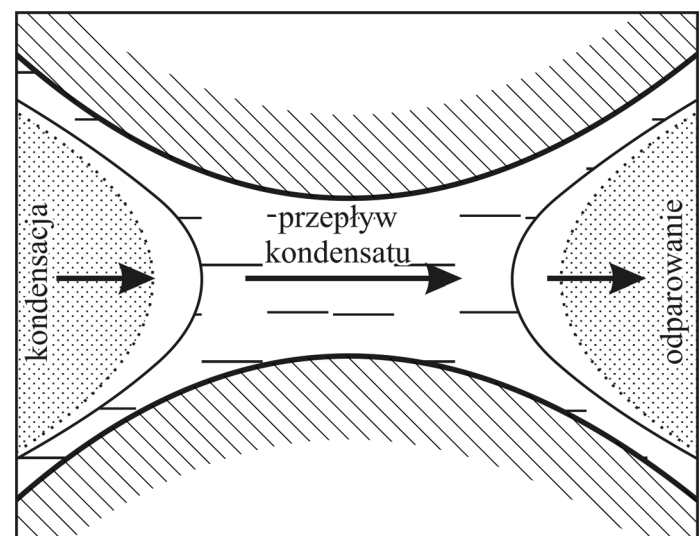
ε – coefficient of phase transition. It states a quantity of vapour diffusing in the material concerning the total liquid and vapour flux. If $\varepsilon = 0$ then total moisture flow in the liquid phase. But if $\varepsilon = 1$, then total moisture flow occurs as vapour phase. There is inequality $0 < \varepsilon < 1$ in the other cases,

L – heat of evaporation (condensation) of water vapour, $J \cdot kg^{-1}$.

When the moisture of capillary porous material attains the lower value in comparison with the critical value of moisture the liquid phase loses continuity. The liquid layers bordered by the two meniscuses create. Water vapour diffusing from the warmer region of the material condense on one of the meniscuses. The system tends towards local thermodynamic equilibrium state. Therefore the condensed vapour flows through the liquid layer and evaporates on the other side of the liquid layer. Then the process occurs. The processes: diffusion, convection, capillary flow and evaporation follow one by one. The described mechanism of moisture flow in a porous material is called vaporization and condensation mechanism (22).

As the moisture value of the hardening concrete decreases the water layers shrink and finally decay. The multimolecular layers arise on the walls of the capillary. Further the layers becomes of the monomolecular layers of water vapour. The moisture flow occurs due to diffusion of water vapour in the stage.

As a further result of the desiccation of the hardening concrete, the desorption of liquid from the monomolecular layers takes place which allow moisture to flow due to the diffusion of water vapour.



Rys. 1. Schemat transportu wilgoci na drodze kolejno po sobie następujących procesów parowania i kondensacji (18)

Fig. 1. Scheme of moisture transport by vaporization and condensation process (18)

v_v – prędkość przepływu wilgoci w fazie gazowej w materiale [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$].

Prędkość przepływu pary wodnej powiązana jest z gradientem ciśnienia cząstkowego pary wodnej w porach materiału zależnością wynikającą z bilansu pędu wilgoci (17, 21):

$$v_v = \frac{k_v}{\rho_v} \nabla p_v, \quad [18]$$

gdzie:

k_v – współczynnik przepuszczalności wody [$\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}\cdot\text{Pa}$],

ρ_v – gęstość pary wodnej [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$],

p_v – ciśnienie cząstkowe pary wodnej [Pa].

Podstawiając zależność [18] do [17] otrzymamy:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(\frac{k_v}{\rho_v} \nabla p_v \right) - \gamma q_v. \quad [19]$$

Ponieważ ciśnienie cząsteczkowe pary wodnej w materiale porowatym zależy od wilgotności materiału i temperatury, możemy zapisać:

$$p_v = p_v(W, T). \quad [20]$$

Zgodnie z równaniem [20] możemy zapisać korzystając z twierdzenia o pochodnej funkcji złożonej wielu zmiennych:

$$\nabla p_v = \frac{\partial p_v}{\partial w} \nabla w + \frac{\partial p_v}{\partial T} \nabla T. \quad [21]$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(\frac{k_v}{\rho_v} \frac{\partial p_v}{\partial w} \nabla w + \frac{k_v}{\rho_w} \frac{\partial p_v}{\partial T} \nabla T \right). \quad [22]$$

Wprowadzając oznaczenia:

$$-\frac{k_v}{\rho_v} \frac{\partial p_v}{\partial w} = D_v, \quad [23]$$

$$-\frac{k_v}{\rho_v} \frac{\partial p_v}{\partial T} = D_v \delta_v, \quad [24]$$

gdzie:

D_v – izotermiczny współczynnik wyrównywania wilgotności [$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$] (faza gazowa),

δ_v – termiczny współczynnik wyrównywania wilgotności [$\text{m}^3\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{K}^{-1}$] (faza gazowa),

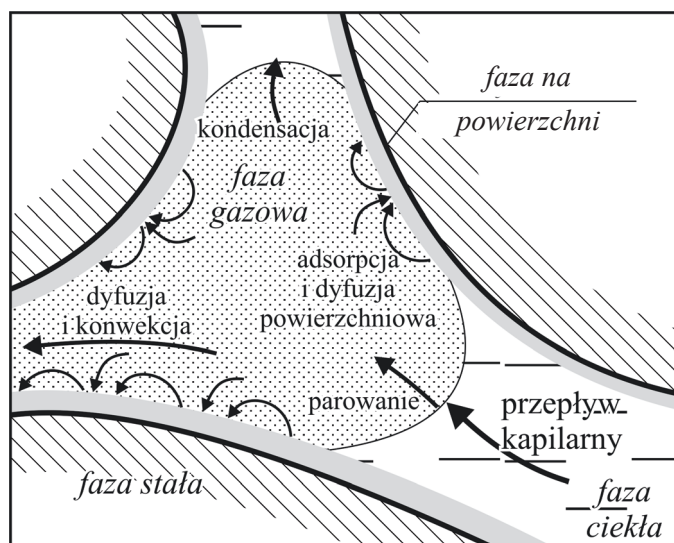
równanie [22] można zapisać w postaci:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \nabla \cdot (D_v \nabla w + D_v \delta_v \nabla T) - \gamma q_v. \quad [25]$$

Łatwo można zauważyć, że równania [16] i [25] mają postać analogiczną, różniącą się jedynie indeksami dolnymi przy współczynnikach D i δ .

3. Warunki początkowe i brzegowe

Rozwiązanie sprzężonych równań [15] i [16] wymaga znajomości warunków początkowych i brzegowych. W chwili początkowej



Rys. 2. Mechanizmy przepływu wilgoci w materiale porowatym (9)

Fig. 2. Mechanism of moisture transfer in porous material (9)

Except the diffusion of water vapour and capillary flow of liquid, a convection of humid air fulfilling the material pores (17, 21) and filtration flow of liquid is also possible (14). The significance of the flows is little and have only local importance (14, 21).

Considering the sorption moisture, when moisture is a layer on the surface of the material as monomolecular or multimolecular layer of adsorbate, the flow of moisture is a diffusion of water vapour (21). The changes of moisture occur according to continuity equation resulting from balance of moisture (17, 21):

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\nabla \cdot v_v - \gamma q_v, \quad [17]$$

where:

v_v velocity of moisture flow in gaseous phase in material, $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

The velocity of water vapour flow in the pores of the material is determined by gradient the partial pressure of water vapour according to momentum balance of water vapour (17, 21):

$$v_v = \frac{k_v}{\rho_v} \nabla p_v, \quad [18]$$

where:

k_v – coefficient of water permeability, $\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}\cdot\text{Pa}$,

ρ_v – density of water vapour, $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$,

p_v – partial pressure of water vapour, Pa.

Introducing the equation [18] to relationship [17] the below equation is obtained:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(\frac{k_v}{\rho_v} \nabla p_v \right) - \gamma q_v. \quad [19]$$

The partial pressure of water vapour in porous material depends on moisture of the material and its temperature it is possible to write the following formula:

spełnione są warunki:

$$T = T_0 = \text{const}, \quad [26]$$

$$w = w_0 = \text{const}. \quad [27]$$

Zakładamy, że na powierzchniach granicznych następuje wymiana ciepła i wilgoci z otoczeniem zgodnie z warunkami:

$$\alpha_p(T_B - T_f) = (-\lambda \nabla T - \varepsilon L \rho_w D \delta \nabla T - \varepsilon L \rho_w D \nabla w) \cdot \mathbf{n} \quad [28]$$

$$\beta(w_B - w_z) = (-D \nabla w - D \delta \nabla T) \cdot \mathbf{n}, \quad [29]$$

gdzie:

\mathbf{n} – wektor jednostkowy o kierunku normalnej zewnętrznej,

α_p – współczynnik przejmowania ciepła od otaczającego środowiska [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$],

T_B – temperatura na powierzchni ciała [K],

T_f – temperatura otoczenia [K],

β – współczynnik przejmowania wilgoci z powierzchni ciała do otoczenia [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$],

w_B – wilgotność na powierzchni ciała [$\text{m}^3 \cdot \text{m}^{-3}$],

w_z – równowagowa wilgotność otoczenia (wilgotność sorpcji i desorpcji) [$\text{m}^3 \cdot \text{m}^{-3}$].

Podstawiając [16] do [15], otrzymamy:

$$\begin{aligned} c_b \rho_b \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \tau \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \right) &= \\ &= \lambda \nabla^2 T + \tau \frac{\partial q_v}{\partial t} + \varepsilon L \rho_w [\nabla \cdot (D \nabla w + D \delta \nabla T) - \gamma q_v] + q_v. \end{aligned} \quad [30]$$

Jeśli założymy, że cały proces przebiega bez wymiany wilgoci z otoczeniem, to przyjmując $\beta = 0$ z warunku [28], otrzymamy:

$$\nabla w = -\delta \nabla T \quad [31]$$

Podstawiając [31] do [28] otrzymamy:

$$\alpha_p(T_B - T_f) = (-\lambda \nabla T) \cdot \mathbf{n} \quad [32]$$

co inaczej można zapisać w postaci:

$$\alpha_p(T_B - T_f) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n}$$

Natomiast z równań [31] i [16] wynika, że:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\gamma q_v. \quad [33]$$

Przyjęte założenie braku wymiany wilgoci pomiędzy materiałem a otoczeniem oznacza, że cała wilgość przemieszcza się będzie w porach głównie jako ciecz. Przyjmując zatem, że $\varepsilon = 0$ z równania [30] otrzymujemy:

$$c_b \rho_b \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \tau \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \right) = \lambda \nabla^2 T + \tau \frac{\partial q_v}{\partial t} + q_v. \quad [34]$$

$$\rho_v = \rho_v(W, T). \quad [20]$$

According to the equation [20] and applying theorem about derivative of a multivariable function the below equation may be derived:

$$\nabla \rho_v = \frac{\partial \rho_v}{\partial w} \nabla w + \frac{\partial \rho_v}{\partial T} \nabla T. \quad [21]$$

Afterwards introducing the equation [21] to the equation [19] the new equation is obtained:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(\frac{k_v}{\rho_v} \frac{\partial \rho_v}{\partial w} \nabla w + \frac{k_v}{\rho_w} \frac{\partial \rho_v}{\partial T} \nabla T \right). \quad [22]$$

Defining the following symbols given by the below relationships:

$$-\frac{k_v}{\rho_v} \frac{\partial \rho_v}{\partial w} = D_v, \quad [23]$$

$$-\frac{k_v}{\rho_w} \frac{\partial \rho_v}{\partial T} = D_v \delta_v, \quad [24]$$

where:

D_v – isothermal coefficient of moisture content equalization, $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, (gaseous phase),

δ_v – thermal coefficient of moisture content equalization, $\text{m}^3 \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$, (gaseous phase),

the equation [22] may be written in the following form:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \nabla \cdot (D_v \nabla w + D_v \delta_v \nabla T) - \gamma q_v. \quad [25]$$

The equations [16] and [25] have the analogous form and differentiate due to subscripts of D and δ coefficients.

3. The initial and boundary conditions

The solution of the coupled equations [15] and [16] is possible if the initial and boundary conditions are well-known. In the beginning of the process the initial conditions are:

$$T = T_0 = \text{const}, \quad [26]$$

$$w = w_0 = \text{const}. \quad [27]$$

And it is assumed that the conditions of heat transfer and moisture flow on the boundary surfaces are given by the following equations:

$$\alpha_p(T_B - T_f) = (-\lambda \nabla T - \varepsilon L \rho_w D \delta \nabla T - \varepsilon L \rho_w D \nabla w) \cdot \mathbf{n} \quad [28]$$

$$\beta(w_B - w_z) = (-D \nabla w - D \delta \nabla T) \cdot \mathbf{n}, \quad [29]$$

\mathbf{n} – unit vector in the direction of outward normal,

α_p – heat transfer coefficient from surrounding, $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$,

T_B – temperature on the boundary of body, K,

T_f – temperature of surrounding, K,

β – coefficient of moisture transport from body surface to surrounding, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$,

Kamiński w swoich badaniach (6) wykazał, że uwzględnienie skończonej prędkości ruchu ciepła ($\tau \neq 0$) jest konieczne w przypadku elementów o małych wymiarach oraz krótkich czasów wymiany ciepła. W pozostałych przypadkach można przyjąć nieskończoną prędkość ruchu ciepła ($\tau = 0$). Równanie [34] przybierze wówczas znaną postać:

$$c_b \rho_b \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \nabla^2 T + q_v. \quad [35]$$

4. Podsumowanie

Zamieszczone w tym artykule rozważania dotyczące ruchu ciepła i wilgoci stanowią jedynie pewne zasygnalizowanie zjawisk zachodzących w twardniejącym betonie oraz próbę ich opisu matematycznego. Opis ten, jakkolwiek uproszczony, daje zadowalające wyniki w modelowaniu zagadnień transportu ciepła i wilgoci w twardniejącym betonie w konstrukcjach masywnych (8, 19, 20). Istnieją oczywiście rozwiązania problemu przepływu ciepła i wilgoci, ale ich postać jest obecnie ciągle zbyt złożona by zastosować je w praktyce (21). Zagadnienia przepływu ciepła i wilgoci w materiałach budowlanych stanowią podstawowe problemy badawcze i aplikacyjne w fizyce budowlanej. Termodynamiczne podstawy tych procesów przedstawiono w monografii autorstwa Wyrwała (23).

W pracy J. Kubika (10) przedstawione zostały zagadnienia dotyczące przepływów wilgoci w materiałach budowlanych. Autor zwrócił w niej szczególną uwagę na termomechaniczny opis procesu, który pozwala na ogólne ujęcie zjawisk transportowych. Z takiego ujęcia wynikają zarówno opisy sprzężonych przepływów ciepła i wilgoci w materiałach budowlanych, jak i równania naprężeń skurczowych i wywołanych przez nie uszkodzeń. Termomechaniczne ujęcie problematyki transportu ciepła i wilgoci pozwala formułować warunki brzegowe, równania pól ciepłno-wilgotnościowych oraz zadania odwrotne, umożliwiające identyfikację innych wielkości występujących w równaniach opisujących te zagadnienia (10).

W rozprawie Gawina (5) analizowano zjawiska ciepłno-wilgotnościowe zachodzące w porowatych, odkształcalnych materiałach budowlanych. Uwzględniono pełne sprzężenie między tymi zjawiskami. Większe możliwości poznawcze i dokładność zaproponowanego podejścia uzyskano kosztem jego większej złożoności, co było możliwe dzięki rozwojowi metod numerycznych, w ostatnich latach. Rozprawa (5) stanowi podsumowanie prowadzonych przez jej autora wieloletnich analiz i badań problematyki zagadnień ciepłno-wilgotnościowych w materiałach i elementach budowlanych. Jednak, jak sam autor (5) przyznaje, ma ona pewne niedociągnięcia. Dotyczą one głównie braku odpowiednich badań, które pozwoliłyby na dokładniejsze określenie parametrów materiałowych, profili koncentracji wilgoci i ciśnienia pary wodnej. To z kolei pozwoliłoby na kalibrację i zweryfikowanie opracowanego modelu matematycznego. Pragnę zaznaczyć, że artykuł niniejszy został opracowany i opublikowany na podstawie rozdziału 3 monografii mojego autorstwa (19), za zgodą Wydawnictwa Politechniki Śląskiej.

w_B – moisture on boundary of body, $m^3 \cdot m^{-3}$,

w_z – equilibrium moisture of surrounding (moisture of sorption and desorption), $m^3 \cdot m^{-3}$.

Introducing the equation [16] to the equation [15] the following equation is derived:

$$c_b \rho_b \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \tau \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \right) = \lambda \nabla^2 T + \tau \frac{\partial q_v}{\partial t} + \varepsilon L \rho_w [\nabla \cdot (D \nabla w + D \delta \nabla T) - \gamma q_v] + q_v. \quad [30]$$

If the total process occurs without moisture exchange with surrounding, it means $\beta = 0$, then using the equation [29] it is possible to find:

$$\nabla w = -\delta \nabla T. \quad [31]$$

And further introducing [31] to the relationship [28] the below equation is derived:

$$\alpha_p (T_B - T_f) = (-\lambda \nabla T) \cdot n \quad [32]$$

or the equation [32] may be converted to the form:

$$\alpha_p (T_B - T_f) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n}$$

Whereas introducing the equation [31] to the equation [16] the relationship is obtained:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\gamma q_v. \quad [33]$$

Accepted assumption of the lack of moisture transfer between the material and the surrounding means, that the total moisture flows mainly during the liquid phase in the pores that decrease their typical sizes. Thus assuming $\varepsilon = 0$ in the equation [30] the following equation is derived:

$$c_b \rho_b \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \tau \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \right) = \lambda \nabla^2 T + \tau \frac{\partial q_v}{\partial t} + q_v. \quad [34]$$

It is proved by Kamiński (6), that the assumption referring to the finite value of heat propagation ($\tau \neq 0$) is necessary for the bodies, which sizes are small and the time of a heat transfer is short. In the other cases it is allowed to assume that the velocity of a heat propagation is infinite ($\tau = 0$). Now the equation [34] may be written in the well-known form:

$$c_b \rho_b \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \nabla^2 T + q_v. \quad [35]$$

4. Summary

Considerations included in the paper referring to heat and moisture flow are an introduction to a description of the processes occurring in hardening concrete and an approach to their mathematical

Literatura / References

1. G. A. Aksielrud, W. M. Łysiański, *Ekstrakcja w układzie ciało stałe – ciecz*. WNT, Warszawa 1978.
2. G. A. Aksielrud, M. A. Altszuler, *Ruch masy w ciałach porowatych*. WNT, Warszawa 1987.
3. H. Garbalińska, *Ocena nieliniowości współczynnika dyfuzji wilgoci zaprawy cementowej w zakresie wilgotności sorpcyjnej*. Materiały XXXIX Konferencji Naukowej KILiW PAN i KN PZITB, t. 6, s. 13, Krynica 1993.
4. H. Garbalińska, *Izotermiczne współczynniki transportu wilgoci porowatego materiału budowlanego*. Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej, nr 571, KKŻ i TB, nr 1, Szczecin 2002.
5. D. Gawin, *Modelowanie sprzężonych zjawisk ciepno-wilgotnościowych w materiałach i elementach budowlanych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, nr 853, Rozprawy Naukowe, z. 279, Łódź 2000.
6. W. Kamiński, *Przewodzenie ciepła ze skończoną szybkością propagacji w materiałach o niejednorodnej strukturze wewnętrznej*. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, nr 509, Łódź 1989.
7. J. Kasperkiewicz, *Dyfuzja wilgoci i deformacje skurczowe w betonie*. Studia z Zakresu Inżynierii, nr 11, PWN, Warszawa 1972.
8. W. Kiernożycki, *Betonowe konstrukcje masywne*. Wydawnictwo Polski Cement Sp. z o.o., Kraków 2003.
9. R. Kohonen, *Method to analyze the transient hygrothermal behavior of building materials and components*. Technical Research Centre of Finland, Publications 21, Espoo 1984.
10. J. Kubik, *Przepływy wilgoci w materiałach budowlanych*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole 2000.
11. M. Leśniewska, J. A. Pogorzelski, *Badania ruchu kapilarnego wody w niektórych materiałach budowlanych*. Archiwum Inżynierii Lądowej, t. XXII, z. 2, s. 333 (1976).
12. M. Leśniewska, J. A. Pogorzelski, *Wpływ porowatej struktury materiałów budowlanych na ruch kapilarny wody*. Archiwum Inżynierii Lądowej, t. XXVII, z. 1, s. 123 (1981).
13. A. V. Luikov, *Systems of differential equations of heat and mass transfer in capillary-porous bodies (review)*. Int. J. Heat Mass Transfer 18.1.1975, p. 1.
14. A. W. Łykov, *Jawlenia pierenosa w kapillarno poristich tielach*. GIT-TL, Moskwa 1954.
15. A. W. Łykov, *Tieplotmassobmien*. Energiya, Moskwa 1972.
16. W. Płoński, *Problem wilgoci w przegrodach budowlanych*. Arkady, Warszawa 1968.
17. Praca zbiorowa pod kierunkiem P. Klemma: *Budownictwo ogólne*. T. 2 – *Fizyka budowli*. Arkady, Warszawa 2005.
18. I. Sandberg and others: *Moisture effects on heat transfer*. Swedish National Testing Institute. Div. of Building Physics, ISO/TC 163/SC1/WG, Boras 1988.
19. J. Ślusarek, *Problemy trwałości wybranych konstrukcji betonowych*. Monografia nr 162. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2008.
20. P. Witkowski, *Termodynamiczna teoria dojrzewania. Zastosowanie do konstrukcji masywnych z betonu*. Inżynieria Lądowa, z. 70. Zeszyty Naukowe Politechniki Krakowskiej, nr 1, Kraków 1998.
21. J. Wyrwał, *Ruch wilgoci w porowatych materiałach i przegrodach budowlanych*. Studia i Monografie, z. 31, WSI, Opole 1989.
22. J. Wyrwał, *O wyznaczaniu przewodności cieplnej wilgotnych materiałów budowlanych*. Materiał XXXIX Konferencji Naukowej KIL i W PAN i KN PZITB, t. 6, s. 89, Krynica 1993.
23. J. Wyrwał, *Termodynamiczne podstawy fizyki budowli*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole 2004.

description. The shown description of the processes is simplified, but the results of its implementation in the modelling of heat and moisture transport in hardening concrete of massive structures are satisfactory (8, 19, 20). There are the solutions of heat and moisture flow, but their form is presently continuously overcomplicated for common calculation (21).

The problems of heat and moisture flow in the building materials are the fundamental investigation issues and application problems of building physics. The thermodynamics fundamentals of the processes are discussed in the monograph by Wyrwał (23).

Kubik (10) shows the problems of moisture flow in the building materials. The author pays a special attention on a thermomechanical description of the process and it allows on general formulation of the transport phenomenon. The approach allows on the description of coupled flows of heat and moisture in the building materials and the equations of the shrinkage stresses and the damages creating due to the stresses, too. The thermomechanical approach of the heat and moisture transport allows to formulate the boundary problems, the equations of the temperature and moisture fields and the inverse problems enable to identification of the other values contained in the equations (10).

The heat and moisture flows occurring in the porous and deformable building materials are analyzed by Gawin (5). In the equations the total coupling between the phenomenon of heat and moisture flow was introduced. The better cognitive possibilities and precision of the proposed approach is gained at the cost of its bigger complication, but it was possible due to development of numerical methods in the last years. The dissertation (5) is the summary of the author's investigations of the heat and moisture flow problems in the building materials and structures. However, the author states (5) that the dissertation is burdened with a lack. It refers to the lack of the proper investigations, which are needed as a base for better determination of the material parameters, the profiles of moisture concentration and pressure of water vapour. Then a calibration and verification of the proposed mathematical model is possible. The paper is elaborated on the base of the chapter 3 of my monograph (19) and is published with the permission of Wydawnictwo Politechniki Śląskiej.